
SOBRE A EXPANSÃO ACELERADA DO
UNIVERSO E A NATUREZA DA ENERGIA
ESCURA

EDÉSIO M. BARBOZA JR.

SOBRE A EXPANSÃO ACELERADA DO
UNIVERSO E A NATUREZA DA ENERGIA
ESCURA

EDÉSIO M. BARBOZA JR.

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Astronomia do Observatório Nacional como
parte dos requisitos necessários para obtenção do
grau de Doutor em Astronomia.

ORIENTADOR: JAÍLSON S. ALCANIZ

RIO DE JANEIRO-RJ
2010

“O saber humano se espalha para todos os lados, a perder de vista, de modo que nenhum indivíduo pode saber sequer a milésima parte daquilo que é digno de ser sabido.”

Arthur Schopenhauer

Agradecimentos

Esta Tese não é apenas fruto do meu trabalho e criatividade, ela é também produto da colaboração de muitas outras pessoas que, de uma forma ou outra, contribuíram para sua realização. Ela é fruto do trabalho infatigável do meu orientador Jaílson com quem sempre tenho discussões produtivas e edificantes sobre muitos temas científicos e que, nestes quase quatro anos de convivência, mostrou-se não apenas um pesquisador de qualidade extraordinária, mas também um amigo com quem sempre posso contar; do Amor (assim mesmo com A maiúscula) e dedicação da minha esposa Monique que se sacrificou em muitos momentos (comprometendo até mesmo seus estudos) para que eu tivesse mais tempo para pesquisar e trabalhar nesta Tese; dos momentos reconfortantes de brincadeira e ternura proporcionados pelo meu filho Rubem; do trabalho dos meus pais Edésio e Eliane que se sacrificaram para que seu filho mais novo tivesse a educação que eles não tiveram a oportunidade de ter; das conversas com os amigos do Grupo de Cosmologia Beethoven, Ernandes, Aldinez e Rodrigo; e do trabalho sério de todo pessoal da Pós-Graduação do Observatório Nacional que me deram o suporte necessário para que pudesse realizar minha pesquisa da melhor forma possível. Muito obrigado a todos pelas diversas e valiosas contribuições.

Além dos mencionados acima, há ainda, sem dúvida alguma, muitas outras pessoas a quem devo agradecer. Em especial a meu orientador de iniciação científica e mestrado Nivaldo, que ajudou a forjar minha personalidade científica e teve profunda influência na minha formação e orientação acadêmica. Aos professores, nos quais hoje me espelho ao preparar minhas aulas, Toscano, Jorge Sá Martins, Thereza e João Carlos, com quem cursei disciplinas de graduação e pós-graduação e que deixaram fortes impressões em mim. Aos demais amigos do ON que me ajudaram em muitos momentos e com os quais tive excelente convívio.

Por fim, mas não menos importante, devo agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

Resumo

Um entendimento profundo da natureza da energia escura e dos mecanismos pelos quais o Universo se acelera parece ainda estar longe de ser alcançado e constitui um dos maiores desafios para a cosmologia nas próximas décadas. Nesta *Tese*, esta questão é abordada da seguinte forma: em vez de procurar pelo modelo de energia escura que melhor explica as observações atuais, nós investigamos quais modelos podem ser excluídos. Apesar de existirem muitos modelos de energia escura propostos na literatura, as principais abordagens podem ser divididas basicamente em duas classes (independentemente de sua motivação física): aquelas baseadas numa equação de estado constante (e.g., Λ CDM e sua versão genérica w CDM) e aquelas baseadas numa equação de estado variável no tempo (e.g., campos escalares dinâmicos, ϕ).

Nosso trabalho consiste fundamentalmente em procurar por desvios de uma equação de estado constante. Se qualquer desvio de um modelo w CDM puder ser obtido com alguma significância estatística, nós podemos voltar nossos esforços para modelos originados num campo escalar. Isto obviamente não irá nos revelar a natureza da energia escura, apenas nos dirá onde devemos procurá-la. Para investigar a dependência temporal da equação de estado da energia escura nós adotamos duas estratégias. A primeira delas consiste em parametrizar a equação de estado, w , enquanto a segunda consiste na tentativa de reconstruir a equação de estado da energia escura num dado intervalo de *redshifts*. Dentro do primeiro cenário, nós propomos duas parametrizações para w . Uma visa generalizar os principais modelos existentes na literatura, além de abrir espaço para uma nova gama de soluções cosmológicas. A outra tem como principal objetivo incluir um campo escalar como caso particular, visto que muitas parametrizações falham neste ponto, e, além disso, permitir que diferentes modelos de energia escura possam ser classificados de forma inequívoca no espaço paramétrico $w_0 - w'_0$. Dentro da segunda abordagem, nós desenvolvemos uma técnica independente de modelo que nos permite obter w e w' diretamente dos dados. A ideia básica desta técnica é utilizar a equação de conservação como fórmula de recorrência para

escrever os coeficientes de uma expansão em séries da densidade de energia escura em termos de w e suas derivadas e, mudando o centro de expansão, encontrar w e w' . A força desta segunda abordagem reside no fato de ela não supor uma forma específica para w ou equivalentemente ρ_{ee} . Visto que podemos obter tanto w quanto w' em diferentes *redshifts*, é suficiente que para algum z_* tenhamos $w'(z_*) \neq 0$ para que a dependência temporal da equação de estado seja estabelecida. Utilizando os conjuntos de dados mais recentes, nós obtemos uma forte evidência de uma equação de estado evolutiva. Contudo, nossos resultados dependem essencialmente dos dados utilizados, de modo que nós enfatizamos que a principal contribuição desta Tese é a metodologia empregada para investigar a dinâmica da energia escura.

Abstract

A deep understanding of the nature of dark energy and the mechanisms by which the universe is accelerating still seems far from being achieved and is one of the greatest challenges in cosmology in the coming decades. In this *Thesis*, this issue is addressed as follows: instead of searching for a dark energy model that best explains the current observations, we investigated what models can be excluded. Although there are many dark energy models proposed in the literature, the main approaches can be divided into two classes (regardless of its physical motivation): those based on a constant equation of state (e.g, Λ CDM and its generic version w CDM), and those with a time-dependent equation of state (e.g, dynamic scalar fields, ϕ). Our work is mainly to look for deviations from a constant equation of state. If any deviation from a w CDM model can be found with any statistical significance we can turn our efforts to scalar field models. This obviously will not reveal the nature of dark energy, just tell us where we should look for it. In order to investigate the time-dependence of the dark energy equation of state we adopt two strategies. The first is to parameterize the equation of state, w . The second is to reconstruct the equation of state of dark energy in a given redshift. Within the first approach, we propose two parameterizations to w . One seeks to generalize the main models in the literature, and open space for a new range of cosmological solutions. The other main objective is to include a scalar field as a special case, since many parameterizations fail at this point, and also allow that different dark energy models can be classified unambiguously in parametric space $w_0 - w'_0$. Within the second approach, we developed a model-independent technique that allows us to obtain w and w' directly from the data. The basic idea of this technique is to use the conservation equation as a recursive formula to writing the coefficients of expansion in a series of dark energy density in terms of w and its derivatives, and shifting the center of expansion, find w and w' . The strength of this second approach lies in the fact that it does not assume a specific form for w or equivalently ρ_{ee} . Using the latest data sets, we obtain strong evidence of an evolutionary equation of state, although these results depend crucially

on the data used. We, therefore, emphasize that the main contribution of this thesis is the methodology proposed to investigate the dynamics of dark energy.

Notações e Convenções

- Índices gregos variam de 0 a 3 e índices latinos variam de 1 a 3.
- A assinatura utilizada é $(+ - - -)$.
- As unidades utilizadas são tais que $c = 1$ onde c é a velocidade da luz no vácuo.
- O tempo próprio τ é definido por

$$d\tau^2 = ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu,$$

de modo que $d\tau$ é real e positivo para uma partícula se movendo ao longo de uma geodésica do tipo tempo.

- Derivadas ordinárias

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

são indicadas por ∂_μ ou por uma vírgula. Por exemplo, a derivada de um campo escalar ϕ é

$$\frac{\partial\phi}{\partial x^\mu} = \partial_\mu\phi = \phi_{,\mu}.$$

- Os símbolos de Christoffel de segunda espécie (símbolos de Christoffel, por simplicidade) são definidos como

$$\Gamma^\kappa_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\kappa\lambda}(g_{\lambda\mu,\nu} + g_{\nu\lambda,\mu} - g_{\mu\nu,\lambda}).$$

- O tensor de curvatura (ou tensor de Riemann-Christoffel) é definido por:

$$R^\kappa_{\lambda\mu\nu} = \Gamma^\kappa_{\nu\lambda,\mu} - \Gamma^\kappa_{\lambda\mu,\nu} + \Gamma^\kappa_{\mu\rho}\Gamma^\rho_{\nu\lambda} - \Gamma^\kappa_{\nu\rho}\Gamma^\rho_{\lambda\mu}.$$

- O tensor de Ricci e o escalar de curvatura são definidos, respectivamente, pelas seguintes contrações:

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= R^{\kappa}{}_{\mu\kappa\nu}; \\ R &= g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \end{aligned}$$

- O tensor de Einstein é definido por

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R.$$

- Para derivada covariante de um tensor qualquer $T^{\kappa\dots}$ serão utilizadas, conforme a conveniência, as notações

$$\nabla_{\nu} T^{\kappa\dots} \text{ ou } T^{\kappa\dots}{}_{;\nu}$$

com

$$\nabla_{\nu} T^{\kappa\dots} = T^{\kappa\dots}{}_{;\nu} = \partial_{\nu} T^{\kappa\dots} + \Gamma^{\kappa}{}_{\mu\nu} T^{\mu\dots} + \dots - \Gamma^{\mu}{}_{\lambda\nu} T^{\kappa\dots}{}_{\mu} - \dots.$$

Sumário

Resumo	iii
Resumo em Inglês	v
Notações e Convenções	vii
1 Introdução	1
2 Teoria Cosmológica Moderna	9
2.1 Geometria do Espaço-tempo	9
2.2 O Desvio para o Vermelho Cosmológico	11
2.3 Medidas de Distância e Lei de Hubble	12
2.3.1 Distância Luminosidade	12
2.3.2 Distância Diâmetro Angular	14
2.3.3 Lei de Hubble	15
2.4 A Dinâmica do Universo	15
2.5 Energia Escura	17
2.5.1 Modelo Λ CDM	18
2.5.2 Principais Alternativas ao Modelo Λ CDM	20
3 Evidências Observacionais para a Aceleração Cósmica	25
3.1 Supernovas do Tipo Ia	25
3.2 A Radiação Cósmica de Fundo	28
3.3 Oscilações Acústicas da Matéria Bariônica	33
3.4 Análise Estatística	36
3.4.1 Mínimos Quadrados e Regiões de Confiança	37
3.4.2 Marginalização de Parâmetros	37
3.5 Complementaridade dos Dados	38
4 Modelos $w(t)$CDM	41
4.1 Parametrização Linear	42
4.2 Parametrização CPL	44

4.3	Parametrização Logarítmica	47
4.4	Outros Modelos $w(t)$ CDM	48
4.4.1	Parametrização de Gong-Zhang	49
4.4.2	Parametrização de Wetterich	50
4.4.3	Parametrização de Hannestad-Mörtsell	52
5	Parametrização Generalizada	55
5.1	Parametrização	56
5.2	Aspectos Observacionais	59
5.2.1	Época de transição desaceleração/aceleração	59
5.2.2	Análise Estatística	59
5.2.3	Resultados	62
5.3	Investigações Futuras	64
6	Um Modelo Paramétrico para Classificação da Energia Escura	67
6.1	Parametrização	68
6.1.1	O Plano $w_0 - w'_0$	69
6.2	Vínculos Observacionais	70
6.2.1	Análise Estatística: SNLS + RCF + BAO + H(z)	71
6.2.2	Resultados da Combinação RCF+BAO+U2	73
6.2.3	Resultados da Combinação RCF+BAO+SDSS	73
6.3	Descrição de Campo Escalar	77
7	Abordagem Independente de Modelo	81
7.1	Formalismo	82
7.2	Vínculos Observacionais	85
8	Conclusões	97
	Bibliografia	101

Capítulo 1

Introdução

Em sua eterna tentativa de compreender a Natureza e os fenômenos à sua volta, o homem tem formulado, desde a antiguidade, teorias e modelos que respondam às suas indagações. A cosmologia nasce do anseio humano de encontrar respostas para questões como: do que é feito o Universo? O Universo é finito ou infinito? O Universo teve um início ou sempre existiu? O Universo terá um fim? Essas são apenas algumas das várias questões referentes ao cosmos que têm povoado a mente humana ao longo dos séculos e têm recebido explicações que variam de uma cultura a outra, de uma época a outra, tentando impor uma ordem ao cosmos e torná-lo acessível à mente humana.

As questões referentes à cosmologia permaneceram por muito tempo pertencentes mais ao campo da filosofia, da metafísica e da religião do que ao campo da ciência. O nascimento da cosmologia como ciência só tornou-se possível com o advento da teoria da gravitação de Isaac Newton (1643 – 1727). A lei de força da mecânica newtoniana junto com a lei do inverso do quadrado da distância sintetizavam todo o conhecimento armazenado nos séculos anteriores acerca do movimento planetário. O sucesso da gravitação newtoniana em explicar e fazer previsões de fenômenos dentro do sistema solar foi notável e sua extrapolação para além do sistema solar e aplicação ao Universo como um todo foi um passo natural. A cosmologia newtoniana baseia-se na hipótese de que a matéria está uniformemente distribuída através de um universo infinito. Partindo desta premissa, é possível encontrar uma equação dinâmica que dita a evolução do universo. Porém, a cosmologia newtoniana possui características paradoxais. Por um lado, qualquer partícula é igualmente atraída em todas as direções e, portanto, deveria permanecer em repouso. Por outro lado, qualquer distribuição finita de matéria não deve possuir qualquer gradiente de pressão e, portanto, deve colapsar

sob sua própria gravidade.¹ Em 1934, E. A. Milne e W. H. McCrea [1, 2] mostraram como alguns dos problemas da cosmologia newtoniana podem ser resolvidos. Contudo, a principal fraqueza da cosmologia newtoniana é que ela não é auto-suficiente, sua justificativa depende do teorema de Birkhoff, um resultado duma teoria de gravitação surgida cerca de 200 anos depois da gravitação newtoniana: a *relatividade geral*.

Apesar do êxito da gravitação newtoniana, muitos problemas permaneciam sem explicação. Um exemplo clássico é o problema da precessão do periélio de Mercúrio, que não encontrava qualquer explicação satisfatória dentro da teoria newtoniana. Mas, uma dificuldade ainda maior se encontrava na parte conceitual: a gravitação newtoniana exerce sua influência instantaneamente e à distância, sem nenhum intermediário ou contato causal óbvio. O próprio Newton admitiu que sua teoria não era capaz de explicar as causas da gravidade, mas apenas de elucidar seus efeitos. Para aprofundar a compreensão das causas da gravidade o mundo deveria esperar por Albert Einstein.

Em 1905, Einstein publicou pelo menos três trabalhos históricos. Um desses trabalhos, intitulado *Zur Elektrodynamik bewegter Körper (Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento)* [3], tratava da teoria da relatividade especial. Esta teoria notável produziu mudanças radicais em nosso entendimento da natureza e se baseia em dois postulados muito simples, mas de consequências profundas, cujos enunciados são:

P1: *As leis da Física são as mesmas em todos referenciais inerciais;*

P2: *A velocidade da luz no vácuo é a mesma em todos os referenciais inerciais.*

O primeiro postulado, conhecido como *princípio da relatividade*, afirma que não existe um referencial inercial especial em repouso em relação a um espaço absoluto e levou Einstein a abandonar a idéia newtoniana da existência de um espaço absoluto e de um tempo absoluto.

A teoria da relatividade especial deixava intacta a teoria eletromagnética de Maxwell, mas indicava que a mecânica newtoniana era apenas uma aproximação válida no regime de baixas velocidades comparadas à da luz.

Após ser bem sucedido na reconciliação da óptica com a mecânica, Einstein voltou-se para a gravitação. A generalização da relatividade especial pela inclusão da gravitação ou, equivalentemente, de referenciais não inerciais mostrou-se mais difícil e Einstein levou 10 anos para obtê-la. Embora

¹Estrelas são capazes de manter sua forma estacionária porque possuem gradientes de pressão grandes o suficiente para contrabalançar sua própria gravidade.

tenha rapidamente elaborado as bases físicas que tornariam possível a teoria geral, Einstein esbarrava na representação matemática de suas idéias, que estava longe de ser óbvia. Introduzido por seu amigo Marcel Grossmann à geometria riemanniana, Einstein encontrou finalmente o quadro matemático ideal para representar as suas idéias. Em 1915 ele publicou as equações de campo da relatividade geral [4]. Pouco tempo depois elas foram aplicadas à cosmologia. Primeiro pelo próprio Einstein, em 1917 [5], depois por W. de Sitter, A. Friedmann e G. Lemaître.

As equações de campo da relatividade geral formam um conjunto de equações diferenciais parciais não-lineares acopladas. Sua solução geral está além das técnicas matemáticas disponíveis no momento. Assim, se estamos interessados em obter soluções exatas para as equações de Einstein, devemos lançar mão de hipóteses simplificadoras impondo simetrias ao problema. Foi essa a postura adotada por Einstein na construção de seu modelo cosmológico. Ele supôs que o Universo era homogêneo, isotrópico e, como era natural na época, estático e com matéria uniformemente distribuída através dele. Contudo, tal modelo era incompatível com as equações de campo da relatividade geral, o que levou Einstein a modificá-las introduzindo o agora famoso *termo cosmológico*. No entanto, não levaria muito tempo para que o modelo cosmológico de Einstein fosse derrubado.

Ainda em 1917, de Sitter publicou uma solução das equações de Einstein, com termo cosmológico, no vácuo [6]. Ao contrário do universo de Einstein, o universo vazio de de Sitter se expandia. Entre 1922 e 1924, Friedmann encontrou uma solução que combinava o universo denso de Einstein com o conceito de expansão de de Sitter [7]. Cinco anos mais tarde, em 1929, Edwin Hubble publicou dados observacionais que indicavam que o Universo estava se expandindo [8], fortalecendo o modelo de Friedmann. Essa descoberta forçou Einstein a abandonar seu modelo estático de universo e, junto com ele, o termo cosmológico, que se tornara desnecessário.

A descoberta de que o Universo estava se expandindo conduziu naturalmente à questão de suas origens. Se retrocedermos no tempo, concluiremos que o Universo deve ter sido mais denso, mais quente e mais compacto no passado. Se levarmos ao extremo este raciocínio, o modelo de Friedmann nos conduz a uma singularidade passada conhecida como *Big Bang*: um estado de densidade e temperatura infinitas e volume igual a zero, no qual o Universo teria começado.

Na década de 1940, preocupados com o problema da origem dos elementos, G. Gamow, R. Alpher e R. Herman [9, 10, 11] imaginaram que, em um típico universo de Friedmann, as condições de temperatura e pressão pouco após o Big Bang seriam adequadas para a ocorrência do processo de nucleossíntese. Eles postularam que o Universo começou unicamente com nêutrons,

alguns dos quais decaíram criando prótons, elétrons e antineutrinos. Então, via captura de nêutrons, todos os elementos teriam sido criados. Para evitar que o único elemento criado nesse processo fosse o hélio, eles concluíram que deveria haver um grande número de fótons de alta energia para cada núcleon no universo primitivo. Como subproduto de sua teoria, Gamow, Alpher e Herman concluíram que uma relíquia desta radiação, altamente resfriada devido à expansão, deveria estar presente atualmente no Universo. Gamow e seus colaboradores estimaram que atualmente a temperatura desta radiação deveria ser da ordem de 5K . Essa radiação cósmica de fundo foi detectada em 1965 por A. Penzias e R. Wilson [12] e constitui a mais forte evidência da existência do Big Bang. Essa descoberta, a segunda mais importante para a cosmologia desde a descoberta de Hubble, deu a Penzias e Wilson o Prêmio Nobel de Física em 1978.

A aceitação da teoria do Big Bang nos impõe uma questão importante: é possível aplicar a relatividade geral a situações tão extremas quanto aquelas encontradas no Big Bang? Nós temos bons motivos para acreditar que a resposta para esta pergunta deve ser negativa. Singularidades, tais como o Big Bang, não são uma característica exclusiva dos modelos de Friedmann, elas podem existir em qualquer solução das equações de Einstein representando um modelo cosmológico [13]. Acredita-se que a existência de singularidades em relatividade geral represente estados não-físicos e que nas situações extremas que elas representam, a relatividade geral perca sua validade. A gravidade ainda não foi completamente harmonizada com outra grande teoria da física moderna, a mecânica quântica. As condições existentes durante a maior parte da história do Universo nos permitem separar sem qualquer problema as duas teorias porque as escalas em que elas predominam são imensamente diferentes. Contudo, nas condições extremas que a vizinhança de uma singularidade representa, a natureza quântica do espaço-tempo pode vir à tona e existem indícios de que quando efeitos quântico-gravitacionais são levados em conta é possível evitar o aparecimento de singularidades. No entanto, a quantização do campo gravitacional é um trabalho incrivelmente difícil e, até hoje, nenhuma teoria quântica da gravidade consistente foi construída.

Mas, qual será o destino do Universo? Para que estado ele está evoluindo? Em 1998 dois grupos experimentais liderados por A. Riess e S. Perlmutter, independentemente, anunciaram a terceira maior descoberta da cosmologia: a expansão acelerada do Universo [14, 15]. Esta descoberta deixou a todos desconcertados. Devido ao caráter atrativo da gravidade, havia muito tempo que físicos e astrônomos trabalhavam com a certeza de que a taxa de expansão do Universo era decrescente. Pegos de surpresa num primeiro momento, não tardou muito para que várias idéias fossem propostas para explicar este

descobrimto inesperado. A principal delas supõe que o Universo é homogeneamente preenchido por um fluido com pressão negativa denominado *energia escura* [16]. Dado que a constante cosmológica, introduzida inicialmente por Einstein para manter o Universo estático, atua nas equações de campo da relatividade geral como uma fonte homogênea e isotrópica com pressão $p = -\rho$, ela ressurgiu neste cenário como a candidata mais natural e atraente à energia escura, recebendo enorme atenção por parte dos cosmólogos [17]. Contudo, a constante cosmológica sofre de um sério problema: seu valor teórico, estimado da física de partículas, difere do valor compatível com as observações cosmológicas por 30 ordens de grandeza em escala de energia [18]. Assim, mesmo se a expansão acelerada puder ser bem descrita fenomenologicamente por uma constante cosmológica, um problema permanece: como explicar esta enorme discrepância entre teoria e observação? Muitas propostas tem aparecido na literatura com o objetivo de resolver este problema, mas até agora nenhuma explicação razoável, se existe alguma, foi obtida. Portanto, apesar de a constante cosmológica estar em excelente acordo com a maioria das observações cosmológicas disponíveis atualmente, ela deve ser pensada apenas como um artifício matemático até que se obtenha um melhor entendimento dos mecanismos pelos quais o Universo se acelera. Desta forma, apesar da beleza e simplicidade do termo cosmológico, outros caminhos, ainda que não tão atraentes, devem ser explorados.

As alternativas à constante cosmológica são muitas e vão desde um simples fluido barotrópico com equação de estado $p_{ee} = w\rho_{ee}$, onde $w = cte.$ até modificações da teoria da gravidade, tais como modelos de branas [19, 20, 21, 22, 23] e teorias $f(R)$ [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. Campos escalares dinâmicos se destacam entre as alternativas à constante cosmológica, pois encontram larga aplicação em teorias fundamentais e, portanto, funcionam como uma espécie de ponte entre a física de partículas e a cosmologia, possibilitando a procura por uma descrição fundamental para energia escura. Infelizmente, os campos escalares que servem para a física de partículas encontram uma aplicação muito pobre em cosmologia, sendo muito difícil compatibilizá-los com as observações cosmológicas que conduzem à aceleração do Universo. Dessa forma, os campos escalares compatíveis com os dados atuais carecem de fundamentação física e, portanto, são tão artificiais quanto uma constante cosmológica.

De fato, apesar da grande variedade de modelos disponíveis atualmente, nenhum deles fornece uma descrição fundamental para energia escura. A maioria destes modelos ajustam os dados observacionais tão bem quanto a constante cosmológica e, portanto, pode parecer que o ganho que se tem ao empregá-los é muito pouco face à sua complexidade. Contudo, apesar de não fornecerem uma explicação fundamental para energia escura, a maioria

destes modelos permite que características gerais, que não podem ser investigadas dentro do simples cenário fornecido pelo modelo Λ CDM, tais como uma possível dinâmica da energia escura, sejam estudadas. A utilidade destes modelos reside nisto e a diversidade deles se deve à variedade de aspectos que se pode querer estudar.

Determinar a natureza da energia escura e as origens da aceleração cósmica com base nos dados observacionais disponíveis no momento é uma tarefa extremamente difícil, se não impossível. Uma rota que parece mais viável, é investigar, com base nos dados observacionais, quais modelos podem ser considerados para estudá-la e quais modelos devem ser descartados. Esse procedimento sem dúvida não revelará sua natureza, mas pode reduzir consideravelmente a gama de possibilidades. Um exemplo de como tal procedimento pode ser útil envolve dois dos principais candidatos à energia escura: a densidade de energia do vácuo e um campo escalar de *quinta-essência*. A diferença fundamental entre os dois é que o primeiro está associado a uma equação de estado constante, $w = -1$, enquanto que para o segundo geralmente w é uma função do tempo (ou equivalentemente do redshift z). Assim, se qualquer desvio de $w = cte.$ for consistentemente encontrado, isso naturalmente irá impor um problema a qualquer modelo baseado nesta hipótese, o que inclui o modelo Λ CDM. De fato, esta é a grande questão da cosmologia atual e o que de melhor pode ser feito com os dados que temos no momento.

Nesta *Tese* nós propomos modelos fenomenológicos para energia escura e investigamos suas consequências observacionalmente. Nosso maior objetivo é detectar uma possível dependência temporal da energia escura. Para isso, nós propomos novas parametrizações para w e desenvolvemos uma nova técnica de reconstrução para equação de estado da energia escura, a qual nos permite obter w e w' como função do *redshift* de uma forma independente de modelo. A primeira parametrização que propomos aqui, tem como objetivo colocar num quadro mais geral alguns dos modelos mais utilizados no estudo da energia escura, possibilitando testar suas viabilidades simultaneamente e compará-los. Infelizmente, isto é feito às custas da introdução de um parâmetro extra que acaba tornado o espaço paramétrico mais degenerado e os vínculos sobre os parâmetros livres da teoria mais difíceis. Nosso segundo modelo paramétrico é construído de tal forma que nos permite associar determinadas regiões do espaço de fase $w_0 - w'$ a modelos específicos de energia escura, permitindo classificá-los de forma muito clara no plano (w_0, w') . Especificamente, o plano (w_0, w') é dividido em quatro regiões das quais uma corresponde a campos escalares, uma corresponde a campos fantasmas e duas correspondem a um tipo de energia escura que mescla os dois tipos de comportamentos. No ponto de interseção de todas as regiões se encontra o modelo Λ CDM. O teste do modelo observacionalmente restringe os parâmetros w_0 e

w'_0 que, dependendo da região em que caíam, nos dizem que classe de modelos devemos considerar para investigar a energia escura. O programa proposto nesta Tese é completado com nossa proposta de reconstrução da equação de estado. A idéia básica é de que a densidade de energia escura ρ_{ee} é uma função analítica do *redshift* num dado intervalo $[z_* - \epsilon, z_* + \epsilon]$ e que evolui de forma suave, o que é condizente com as observações cosmológicas. Partindo destas considerações nós expandimos ρ_{ee} em torno de z_* e usamos a equação de continuidade para escrever os coeficientes da expansão em termos de w e suas derivadas calculados em z_* . Uma vez que w' é o parâmetro que necessitamos para detectar a evolução temporal da equação de estado da energia escura, nós truncamos a expansão de ρ_{ee} no termo de segunda ordem e a utilizamos na equação de Friedmann. Assim, após a análise observacional obtemos w e w' , bem como seus erros estatísticos para um dado valor de z_* . Mudando o centro de expansão, estes parâmetros podem ser obtidos para outros valores de z_* , o que nos permite construir um gráfico de w e w' como função de z para o intervalo de *redshifts* coberto pelos dados utilizados em nossa análise. Uma vez que é suficiente que $w' \neq 0$ para um único z_* para que possamos inferir a dependência temporal de w , a técnica desenvolvida por nós se revela uma poderosa ferramenta na procura pelo comportamento evolutivo de w e, conseqüentemente, da natureza da energia escura.

Antes de começarmos nosso estudo, é necessário descrever como esta Tese está organizada. No Capítulo 2 é feita uma revisão das bases teóricas da Cosmologia contemporânea. Nosso objetivo neste Capítulo é apenas o de apresentar as ferramentas matemáticas e os conceitos necessários para o desenvolvimento e entendimento do trabalho que será realizado nos Capítulos subsequentes. No Capítulo 3 é feita uma exposição das principais observações cosmológicas que indicam que o Universo passa atualmente por uma fase de expansão acelerada: as distâncias de SNs Ia, a radiação cósmica de fundo e as oscilações acústicas da matéria bariônica. Neste Capítulo procuramos não ir muito a fundo nos detalhes sobre as técnicas observacionais e também não gastar um espaço demasiado com aspectos teóricos, ou seja, procuramos o meio termo: nem ser prolixos nem superficiais. Esperamos que a intenção tenha sido cumprida. No Capítulo 4 é feita uma revisão dos principais modelos paramétricos para energia escura propostos na literatura. Esses modelos, à exceção do modelo de Hannestad-Mörtsell (subseção 4.4.3), foram todos reanalisados com o mesmo conjunto de dados visando estabelecer uma forma mais clara de compará-los. Obviamente, muitos modelos tiveram que ficar de fora, mas nós acreditamos que os modelos tratados neste Capítulo capturam a essência da maioria dos modelos propostos na literatura, de forma que a inclusão de outros modelos só tornaria nossa análise repetitiva e não conduziria a ganho algum de entendimento. Além disso, a

principal função deste Capítulo é preparar o terreno para os capítulos posteriores. A contribuição original desta Tese está contida nos capítulos 5, 6 e 7 Refs. [83, 111, 113, 119, 120]. No capítulo 5 nós propomos uma parametrização para w que generaliza alguns modelos de energia escura, dentre eles três parametrizações apresentadas no capítulo anterior e que são as de uso mais frequente pelos cosmólogos quando querem investigar possíveis desvios do modelo Λ CDM. Esta generalização é obtida pela introdução de um terceiro parâmetro na equação de estado. O preço que pagamos pela inclusão deste terceiro parâmetro para caracterizar a energia escura é que o espaço de fase torna-se completamente degenerado, de forma que mesmo em 1σ de confiança uma grande variedade de modelos são permitidos. No Capítulo 6 nós construímos uma parametrização que nos permite classificar diferentes modelos de energia escura no espaço de fase. Uma vez que cada região do espaço paramétrico está associada a uma classe específica de energia escura, é possível, de acordo com as observações, determinar, por exemplo, se a energia escura tem sua origem num campo escalar canônico ou num campo escalar fantasma sem ter que especificar os potenciais destes campos. O principal resultado desta Tese encontra-se no capítulo 7 onde reconstruímos ponto a ponto a equação de estado da energia escura $w(z)$ e sua derivada $w'(z)$. A beleza e força do procedimento utilizado reside em sua simplicidade. Primeiro nós tomamos uma expansão de $\rho_{ee}(z)$ em torno de um dado z_* . Então, notamos que a equação de conservação de energia pode ser usada como uma fórmula de recorrência para escrever as derivadas de $\rho_{ee}(z)$ em termos de w e suas derivadas. Dessa forma somos capazes de obter w e w' , assim como seus erros estatísticos, para cada valor de z_* dentro do intervalo de *redshifts* considerado. Nós repetimos nossa análise para uma série de dados e os resultados indicam que tanto a constante cosmológica ($w = -1$) quanto uma equação de estado $w = cte.$ são excluídas com 95.4% de confiança. Nossas conclusões são apresentadas no Capítulo 8.

Capítulo 2

Teoria Cosmológica Moderna

Cosmologia é o estudo do Universo como um todo. Isto envolve, por exemplo, suas origens, composição material e evolução. Tal estudo é deveras ambicioso dada a complexidade do Universo em que vivemos. Assim, para realizarmos tamanho empreendimento é necessário nos concentrarmos apenas nas características grossas do Universo ignorando detalhes tais como galáxias e aglomerados de galáxias por exemplo. Isto é feito adotando-se duas hipóteses simplificadoras: o princípio cosmológico e o postulado de Weyl. O princípio cosmológico estabelece que em grandes escalas o Universo parece o mesmo em todas as direções em torno de cada ponto, ou seja, que o Universo é homogêneo e isotrópico. Já o postulado de Weyl introduz a idéia de um 'substrato', um fluido que permeia o espaço no qual galáxias se movem como 'partículas fundamentais'. O postulado de Weyl diz que as linhas de universo do substrato são uma congruência de geodésicas no espaço-tempo divergindo de um ponto no passado ou convergindo para um ponto no futuro. Essas geodésicas não se interceptam exceto num passado (finito ou infinito) ou no futuro ou em ambos. Conseqüentemente, a matéria em qualquer ponto possui uma única velocidade e o substrato pode ser tomado como um fluido perfeito, o que é a essência do postulado de Weyl.

2.1 Geometria do Espaço-tempo

Supondo a existência de um tempo cósmico t , é possível formular o princípio cosmológico em cada hipersuperfície espacial $t = \textit{constante}$. A afirmação de que cada hipersuperfície não possui pontos privilegiados significa que ela é homogênea. Além disso, o princípio cosmológico requer não apenas que cada hipersuperfície não tenha pontos privilegiados, mas também que não possua direções privilegiadas em torno de qualquer ponto. Um espaço-tempo que

não possui direções privilegiadas em torno de um ponto é dito isotrópico e é esfericamente simétrico em torno deste ponto. Um espaço-tempo isotrópico em torno de qualquer ponto é dito globalmente isotrópico. Espaços-tempos globalmente isotrópicos são necessariamente homogêneos.

O postulado de Weyl requer que as geodésicas do substrato sejam ortogonais a uma família de hipersuperfícies espaciais. Denotemos por (t, x^1, x^2, x^3) as coordenadas das partículas do substrato de modo que hipersuperfícies espaciais são dadas por $t = \text{constante}$ e (x^1, x^2, x^3) são constantes ao longo das geodésicas de cada partícula. Tais coordenadas são chamadas *co-móveis*. Definindo os quadri-vetores $T^\mu = (dt, 0, 0, 0)$ ao longo da geodésica de uma partícula do substrato e $R^\mu = (0, dx^1, dx^2, dx^3)$ sobre a hipersuperfície $t = \text{constante}$ temos, da condição de ortogonalidade, que $g_{\mu\nu}T^\mu R^\nu = 0$, ou seja, $g_{\mu\nu} = 0$ se $\mu \neq \nu$. Portanto, o elemento de linha pode ser escrito como

$$ds^2 = dt^2 - h_{ij}dx^i dx^j, \quad (2.1)$$

onde $h_{ij} = h_{ij}(t, x^1, x^2, x^3)$. Agora, se considerarmos um triângulo formado por três partículas no instante $t = t_1$ e um triângulo formados por estas mesmas três partículas em $t = t_2 > t_1$ segue do princípio cosmológico que o segundo triângulo deve ser semelhante ao primeiro uma vez que não devem existir pontos ou direção privilegiadas na hipersuperfície e que o fator de amplificação deve ser independente da posição do triângulo no espaço tridimensional, de modo h_{ij} pode ser posto na forma,

$$h_{ij} = a(t)^2 \eta_{ij}(x^i), \quad (2.2)$$

onde $a(t)$ é o fator de escala. Como consequência do princípio cosmológico, a curvatura da seção espacial deve ser constante em qualquer ponto, caso contrário todos os pontos não seriam geometricamente idênticos. Matematicamente, tal espaço é caracterizado pela equação [31]

$$R_{ijkl} = K(\eta_{ik}\eta_{jl} - \eta_{il}\eta_{jk}), \quad (2.3)$$

onde R_{ijkl} é o tensor de Riemann e K é denominada de curvatura. Uma vez que a seção espacial é isotrópica e portanto esfericamente simétrica em torno de qualquer ponto, segue-se que o elemento de linha deve ter a seguinte forma

$$d\sigma^2 = \eta_{ij}dx^i dx^j = e^\lambda dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (2.4)$$

onde $\lambda = \lambda(r)$. As componentes não-nulas do tensor de Ricci são

$$R_{11} = \frac{1}{r} \frac{d\lambda}{dr}, \quad R_{22} = \csc^2 \theta R_{33} = 1 + \frac{1}{2} r e^{-\lambda} \frac{d\lambda}{dr} - e^{-\lambda}. \quad (2.5)$$

Pela equação (2.3) temos que $R_{ij} = 2K\eta_{ij}$. A igualdade das componentes do tensor de Ricci nos conduz então a duas equações

$$\frac{1}{r} \frac{d\lambda}{dr} = 2Ke^\lambda, \quad \csc^2 \theta R_{33} = 1 + \frac{1}{2} r e^{-\lambda} \frac{d\lambda}{dr} - e^{-\lambda} = 2Kr^2 \quad (2.6)$$

cuja solução é

$$e^{-\lambda} = 1 - Kr^2. \quad (2.7)$$

Assim, a métrica da seção espacial de curvatura constante é

$$d\sigma^2 = \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (2.8)$$

onde a constante K é negativa, positiva ou nula. Combinado este resultado com (2.2) o elemento de linha (2.1) torna-se

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (2.9)$$

o qual é o elemento de linha de Robertson-Walker.

2.2 O Desvio para o Vermelho Cosmológico

Considere uma galáxia em (r, θ, ϕ) emitindo luz na nossa direção. O tempo que um raio de luz emitido dessa galáxia leva para nos atingir em $(r = 0, \theta, \phi)$ pode ser obtido da equação $ds^2 = d\theta = d\phi = 0$, uma vez que a luz viaja ao longo de geodésicas nulas. Deste modo, (2.9) nos dá

$$\frac{dt}{a(t)} = \pm \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}. \quad (2.10)$$

Visto que r decresce quando t cresce, devemos tomar o sinal negativo na equação acima e, portanto,

$$\int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = - \int_r^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} = f(r) \quad (2.11)$$

onde

$$f(r) = \begin{cases} \sinh^{-1}(\sqrt{|K|}r)/\sqrt{|K|} & \text{se } K < 0 \\ r & \text{se } K = 0 \\ \sin^{-1}(\sqrt{K}r)/\sqrt{K} & \text{se } K > 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

Agora, se a galáxia emite dois raios de luz sucessivos nos instantes t e $t + \Delta t$, essa luz deve nos atingir em t_0 e $t_0 + \Delta t_0$, respectivamente. Então, de (2.11) temos

$$\int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t+\Delta t}^{t_0+\Delta t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

já que ambos os lados são iguais à mesma função $f(r)$. Após uma manipulação simples destas integrais, temos

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t_0} \frac{dt}{a(t)} - \int_t^{t+\Delta t} \frac{dt}{a(t)} = 0$$

e supondo que Δt e Δt_0 não sejam intervalos grandes o suficiente para que $a(t)$ sofra grandes variações, a equação acima resulta em

$$\frac{\Delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\Delta t}{a(t)}$$

ou

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = 1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t)}, \quad (2.13)$$

onde $\lambda_0 = \Delta t_0$ é o comprimento de onda que chega até nós e $\lambda = \Delta t$ é o comprimento de onda que deixa a fonte. Em um universo em expansão, $t_0 > t$ ($a(t_0) > a(t)$) de modo que $z > 0$ é o desvio para o vermelho. Por outro lado, se o universo está em contração $t_0 > t$ ($a(t_0) < a(t)$), $z < 0$ corresponde a um desvio para o azul.

2.3 Medidas de Distância e Lei de Hubble

2.3.1 Distância Luminosidade

Seja L a energia total por unidade de tempo emitida por uma fonte no instante t . A intensidade monocromática específica I_ν é definida como a energia por unidade de tempo e por unidade de área emitida pela fonte num intervalo de frequências $d\nu$ e dentro de um ângulo sólido $d\Omega$, o qual faz um ângulo θ com a normal à superfície da fonte emissora, isto é,

$$I_\nu = \frac{dE}{dt dA d\Omega d\nu \cos \theta}. \quad (2.14)$$

A intensidade específica integral em todo espectro de frequências é

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu. \quad (2.15)$$

A quantidade que realmente se mede é o fluxo F , a energia por unidade de área e por unidade de tempo que chega ao detector, definida como

$$F = \int_0^\infty F_\nu d\nu, \quad (2.16)$$

onde

$$F_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi.$$

Para uma fonte esférica de raio R , o fluxo em sua superfície é dado por

$$F(R) = \frac{L}{4\pi R^2} \quad (2.17)$$

e o fluxo medido a uma distância r da fonte é $F(r) = L'/4\pi r^2$, onde L' é a luminosidade que chega até um observador em r . Fazendo $t = \text{constante}$ e $r = \text{constante}$ no elemento de linha de Robertson-Walker, temos

$$ds^2 = a^2(t)r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

que é o elemento de linha sobre a superfície de uma esfera euclidiana de raio $a(t)r$. Portanto, se a fonte emite luz isotropicamente na nossa direção, o fluxo medido por nós em $t = t_0$ é

$$F = \frac{L_0}{4\pi a_0^2 r^2}, \quad (2.18)$$

onde $a_0 = a(t_0)$ (doravante, o subscrito 0 denotará o valor de uma grandeza calculada na época presente $t = t_0$) e r é a distância radial co-móvel, dada por

$$r = \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh \left[\sqrt{-K} \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \right]. \quad (2.19)$$

Note que esta equação é válida independentemente de a curvatura ser positiva, negativa ou nula. Se $K > 0$ basta utilizar a identidade $\sinh(ix) = i \sin x$, enquanto que se $K = 0$ usa-se o limite $K \rightarrow 0$. Por definição, a luminosidade da fonte no instante t é

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t}. \quad (2.20)$$

Por sua vez, a luminosidade que chega até nós é

$$L_0 = \frac{\Delta E_0}{\Delta t_0}. \quad (2.21)$$

Como $\nu\lambda = \nu_0\lambda_0$, onde λ e ν são, respectivamente, o comprimento de onda e a frequência emitidos pela fonte em t e, λ_0 e ν_0 são o comprimento de onda e a frequência observados por nós em t_0 , temos

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta E_0} = 1 + z. \quad (2.22)$$

Logo, tomando a razão entre (2.20) e (2.21), obtemos

$$L_0 = L \frac{\Delta t}{\Delta t_0} \frac{\Delta E_0}{\Delta E} = \frac{L}{(1+z)^2} \quad (2.23)$$

e, substituindo o resultado acima em (2.18) temos

$$F = \frac{L}{4\pi a_0^2 r^2 (1+z)^2} = \frac{L}{4\pi d_L^2}, \quad (2.24)$$

onde

$$d_L \equiv a_0 r (1+z) \quad (2.25)$$

é a chamada distância luminosidade.

2.3.2 Distância Diâmetro Angular

Outra medida de distância, obtida quando comparamos tamanhos angulares com dimensões físicas, é a distância diâmetro angular. Um análise do elemento de linha (2.9), mostra que uma fonte em r que emite luz em t , atualmente correspondente a uma distância própria s (normal à linha de visada) igual a $a(t) r \theta$. A distância diâmetro angular d_A é definida de modo que o ângulo θ é dado pela relação usual da geometria euclideana,

$$\theta = s/d_A, \quad (2.26)$$

onde

$$d_A \equiv a(t)r. \quad (2.27)$$

Comparando (2.27) com (2.25) temos que

$$\frac{d_A}{d_L} = \frac{1}{(1+z)^2}. \quad (2.28)$$

A expressão acima é denominada relação de reciprocidade de Etherington, também conhecida no contexto astronômico como relação de dualidade de distância. Esta relação é completamente geral, válida para para todos os modelos cosmológicos baseados na geometria Riemanniana, sendo também independente das equações de campo da relatividade geral ou da natureza do conteúdo energético. As únicas exigências para sua validade são que a fonte e os observadores estejam conectados por geodésicas nulas em um espaço-tempo Riemanniano e que o número de fótons seja conservado. Portanto, a relação acima é válida para cosmologias espacialmente homogêneas e isotrópicas (ou anisotrópicas), assim como para modelos cosmológicos inhomogêneos.

2.3.3 Lei de Hubble

Se $\Delta t = t_0 - t$ é suficientemente pequeno, (2.19) torna-se

$$r \simeq \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

independentemente da curvatura espacial. Reescrevendo esta equação em termos de z temos

$$r \simeq \frac{1}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z)},$$

onde $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble. Para $z \ll 1$, $H(z) \simeq H_0$, de modo que

$$r \simeq \frac{z}{a_0 H_0}.$$

Substituindo a aproximação acima em (2.25) e descartando o termo de segunda ordem temos

$$z \simeq H_0 d_L \quad (2.29)$$

que é a lei de Hubble. Note que $v = z$ é a velocidade de recessão. A Figura 2.1 mostra um diagrama de Hubble construído com medidas de d_L e z para supernovas e utilizando os dados de [32].

2.4 A Dinâmica do Universo

Os três ingredientes do modelo cosmológico padrão são: *i*) o princípio cosmológico, o qual conduz à métrica de Robertson-Walker (2.9); *ii*) o postulado de Weyl, o qual requer que o substrato, isto é, o conteúdo material do Universo, seja um fluido perfeito; *iii*) a teoria da relatividade geral, a qual relaciona geometria e matéria e dita a dinâmica do Universo.

As equações que governam a evolução do universo são as equações de Einstein,

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.30)$$

onde o tensor de energia-momento $T_{\mu\nu}$ descreve os campos de matéria. Para um fluido perfeito,

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2.31)$$

ρ e p são, respectivamente, a densidade de energia e a pressão do fluido e, $u^\mu = dx^\mu/d\tau$ é a quadrivelocidade do fluido, onde τ é o tempo próprio. Visto que partículas do fluido seguem geodésicas ortogonais às hipersuperfícies espaciais $t = \text{constante}$,

$$u^\mu = (1, 0, 0, 0). \quad (2.32)$$

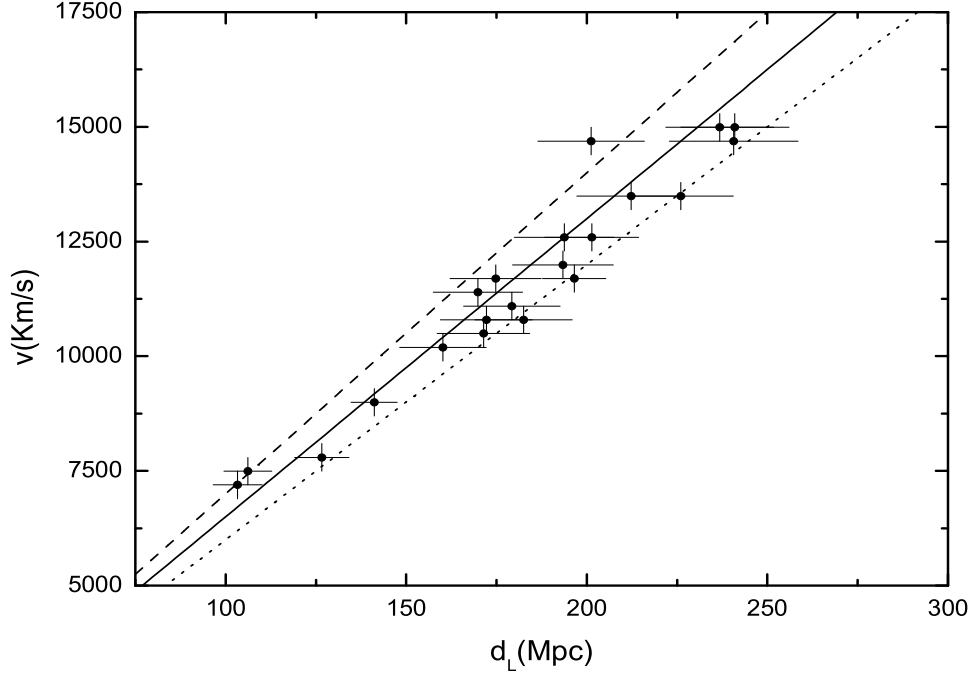


Figura 2.1: Diagrama de Hubble para SNs Ia do Constitution [32] com $z \leq 0.05$. A linha tracejada corresponde a $H_0 = 70 \text{Km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, a linha sólida a $H_0 = 65 \text{Km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ e a linha pontilhada a $H_0 = 60 \text{Km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$.

Inserindo a métrica (2.9) em (2.30), as equações de campo nos conduzem a duas equações independentes,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (2.33)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = -8\pi G p, \quad (2.34)$$

onde o ponto, denota derivadas em relação ao tempo. A equação (2.33) é conhecida como equação de Friedmann. Note que, devido à homogeneidade e à isotropia, ρ e p devem depender apenas do tempo. Subtraindo (2.33) de (2.34) é possível eliminar a curvatura e obter uma equação de aceleração

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}\left(\rho + 3\frac{p}{c^2}\right). \quad (2.35)$$

Uma vez que o tensor de Einstein satisfaz a identidade diferencial $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$, segue que $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$, o que conduz à equação de continuidade

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0. \quad (2.36)$$

Por fim, para especificar completamente o modelo cosmológico sob consideração, é preciso especificar a equação de estado do fluido, isto é, a forma como p e ρ se relacionam. Em cosmologia, comumente se supõe que $p = p(\rho) = w\rho$ de modo que

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \exp \left[-3 \int_{a_0}^a \frac{w(a')}{a'} da' \right] \quad (2.37)$$

Se w é constante,

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)}. \quad (2.38)$$

Neste caso podemos destacar três cenários: matéria relativística, $w = 1/3 \Rightarrow \rho_\gamma \propto a^{-4}$; matéria não relativística, $w = 0 \Rightarrow \rho_m \propto a^{-3}$; e vácuo quântico $w = -1 \Rightarrow \rho_\Lambda = \rho_{\Lambda 0} = \text{constante}$. Note que para o vácuo quântico $T_{\mu\nu} = \rho_\Lambda g_{\mu\nu}$, ou seja, o efeito do vácuo quântico nas equações de campo é o mesmo causado pela adição de uma constante cosmológica positiva nas equações de Einstein. Visto que o universo contém diferentes constituintes, o tensor de energia-momento do fluido que permeia o universo é a soma dos tensores de energia-momento de seus constituintes, isto é, $T^{\mu\nu} = \sum_i^N T_{(i)}^{\mu\nu}$ de modo que as equações (2.33) e (2.35) são reescritas como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \sum_i^N \rho_i, \quad (2.39)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i^N (\rho_i + 3p_i). \quad (2.40)$$

Se as componentes estão desacopladas, seus tensores de energia-momento conservam-se separadamente, $T_{(i);\mu}^{\mu\nu} = 0$ de forma que para cada componente,

$$\dot{\rho}_i + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_i + p_i) = 0, \quad (2.41)$$

onde ρ_i e p_i são, respectivamente, a densidade e a pressão da i -ésima componente.

2.5 Energia Escura

Como veremos no próximo Capítulo, uma quantidade razoável de observações cosmológicas de alta precisão parecem indicar que o universo passa atualmente por uma fase de expansão acelerada. Se admitirmos que a RG é a teoria correta da gravitação, somos levados à conclusão de que o universo

deve conter, além de matéria ($w_m = 0$) e radiação ($w_\gamma = 1/3$), uma componente extra, a qual seria responsável pela presente fase de aceleração. Esta componente exótica, de natureza ainda desconhecida, denominamos *energia escura*. A energia escura é frequentemente descrita por seu parâmetro da equação de estado, $w = p_{ee}/\rho_{ee}$, o qual deve ser negativo o suficiente para fornecer $w_{tot} = p_{tot}/\rho_{tot} < -1/3$. Desta forma, a equação (2.39) é escrita como

$$H^2(a) = H_0^2 \left[\Omega_{\gamma,0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 + \Omega_{m,0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{k,0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 + (1 - \Omega_{\gamma,0} - \Omega_{m,0} - \Omega_{k,0}) f(a) \right], \quad (2.42)$$

onde $\Omega_{i,0} = 3c^2 \rho_{i,0}/8\pi G$ ($i = \gamma, m$) é o parâmetro de densidade da i -ésima componente na presente época, $\Omega_{k,0} = -Kc^2/(a_0 H_0)^2$ representa o parâmetro de densidade associado a curvatura na presente época e

$$f(a) \equiv \frac{\rho_{ee}}{\rho_{ee,0}} = \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \exp \left[-3 \int_{a_0}^a \frac{w(a')}{a'} da' \right]. \quad (2.43)$$

No que segue, discutiremos alguns dos modelos mais relevantes de energia escura.

2.5.1 Modelo Λ CDM

A explicação teórica mais simples é de que a atual fase de aceleração é causada por uma constante cosmológica positiva ou, equivalentemente, que a energia escura tem sua origem na densidade de energia do vácuo quântico (para mais detalhes veja [33, 34]). Visto que as equações de Einstein satisfazem as identidades de Bianchi $\nabla_\nu G^\nu_\mu = \nabla_\nu T^\nu_\mu = 0$ e que $\nabla_\nu \delta^\nu_\mu = 0$, um termo como $\Lambda \delta^\nu_\mu$, com Λ constante, pode ser adicionado a qualquer um dos lados das equações de Einstein (2.30). Contudo, a interpretação deste termo muda de acordo com o lado das equações de campo em que ele é inserido. Se o termo cosmológico é incluído no lado esquerdo das equações de Einstein, Λ é posto em pé de igualdade com a constante gravitacional de Newton e deve ser interpretado como uma constante fundamental da natureza, a qual deve ter seu valor determinado pela observação. Por outro lado, se o termo cosmológico for adicionado ao lado direito das equações de Einstein, ele deve ser interpretado como a contribuição do vácuo quântico dos campos de matéria existentes no universo. Independentemente da forma como Λ é interpretado, seu efeito sobre as equações de campo é o mesmo. Se Λ é interpretado como a densidade de energia do vácuo, ele atua nas equações de campo como um fluido perfeito, com equação de estado $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$. A energia do vácuo para

um modo de frequência ω é $\hbar\omega/2$, onde $\omega = \sqrt{k^2 + m^2}$ com k sendo o número de onda do modo e m a massa da partícula. A energia total do vácuo é então a soma das energias de ponto zero dos campos quânticos com massa m ,

$$\rho_{vac} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k \sqrt{k^2 + m^2} dk, \quad (2.44)$$

a qual diverge quarticamente $\rho_{vac} \propto k^4$. Contudo, espera-se que uma teoria quântica de campos seja válida apenas até alguma escala de corte k_{max} , de forma que

$$\rho_{vac} \approx \frac{k_{max}^4}{16\pi^2}. \quad (2.45)$$

Para o caso extremo da RG, estima-se que a escala de corte seja a escala de Planck, i.e., $k_{max} = m_{Planck} \sim 10^{19}$ Gev, de modo que

$$\rho_{vac}^{Planck} \approx 10^{74} \text{GeV}^4. \quad (2.46)$$

Por sua vez, as observações cosmológicas atuais são consistentes com um valor da densidade de energia da componente escura de

$$\rho_{ee,0} = \Omega_{ee,0} \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 10^{-47} \text{GeV}^4. \quad (2.47)$$

Como podemos ver, o valor observado da densidade de energia escura é cerca de 121 ordens de grandeza menor que o valor da densidade de energia do vácuo previsto teoricamente. Mesmo se a escala de energia da QCD for tomada como escala de corte, $k_{max} \approx 0.3\text{GeV}$, essa diferença ainda é muito grande ~ 44 ordens de grandeza. Deste modo, se a energia escura tem sua origem na densidade de energia do vácuo, como explicar uma diferença de 44a121 ordens de grandeza entre teoria e observação? Uma forma de amenizar este problema é considerar a situação mais geral, na qual há tanto uma constante cosmológica intrínseca na natureza como também há uma contribuição para o tensor de energia momento vinda do vácuo quântico dos campos de matéria que preenchem o universo. Isto nos permite definir uma constante cosmológica efetiva dada por

$$\Lambda_{ef} = \Lambda + 8\pi G\rho_{vac}, \quad (2.48)$$

onde Λ é a contribuição vinda do campo gravitacional e ρ_{vac} é a densidade de energia do vácuo quântico. Desta forma, o valor observado (2.47) corresponderia a $\rho_{\Lambda_{ef}}$. Note que isto não elimina o problema, visto que Λ e ρ_{vac} devem ser ajustados com uma precisão enorme para que tenhamos o valor de $\rho_{ee,0}$ que observamos atualmente. Este problema de ajuste fino é conhecido

como o *problema da constante cosmológica* [35, 36]. De agora em diante nos referiremos à constante cosmológica Λ e à densidade de energia do vácuo ρ_Λ como sendo a constante cosmológica efetiva e a densidade de energia efetiva, respectivamente.

Apesar dos esforços dos físicos para resolver o problema da constante cosmológica, nenhuma explicação razoável, se é que existe alguma, foi obtida até o momento. Isto tem levado muitos físicos a tentar uma abordagem diferente para explicar a presente fase de aceleração do universo. Em vez de supor a existência de uma constante cosmológica positiva, presume-se que por algum mecanismo ainda desconhecido $\Lambda = 0$, e então investiga-se a possibilidade de a aceleração do universo ser causada pela dinâmica de um campo escalar ou fluido desconhecido com equação de estado $p_{ee}/\rho_{ee} = w$, onde w pode ser uma função do tempo.

2.5.2 Principais Alternativas ao Modelo Λ CDM

Modelo w CDM

A alternativa mais simples à constante cosmológica é relaxar a condição $p_{ee} = -\rho_{ee}$ e considerar a energia escura como um fluido perfeito com equação de estado $p_{ee} = w\rho_{ee}$ com w constante. Este modelo é denominado de w CDM. Um bom motivo para considerar $w = cte.$ é que outros componentes conhecidos (matéria, $w = 0$ e radiação, $w = 1/3$) ou hipotéticos (*cordas cósmicas*, $w = -1/3$ e *paredes de domínio*, $w = -2/3$) possuem um parâmetro da equação de estado constante. Para $w = cte.$, a densidade de energia escura evolui de acordo com a equação (2.38),

$$\rho_{ee} = \rho_{ee,0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)} = \rho_{ee,0} (1+z)^{3(1+w)}. \quad (2.49)$$

Fazendo $\Omega_{k,0} = 0$ e ignorando o termo de radiação, temos da equação de aceleração (2.40) que para um universo que passa atualmente por uma fase expansão acelerada w deve estar sujeito ao vínculo

$$w < -\frac{1}{3(1 - \Omega_{m,0})}. \quad (2.50)$$

O valor de z para o qual ocorre a transição da fase desacelerada para a fase acelerada é obtido fazendo $\ddot{a} = 0$ na equação (2.40),

$$z_t = -1 + \left[(3|w| - 1) \frac{1 - \Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0}} \right]^{1/3|w|}. \quad (2.51)$$

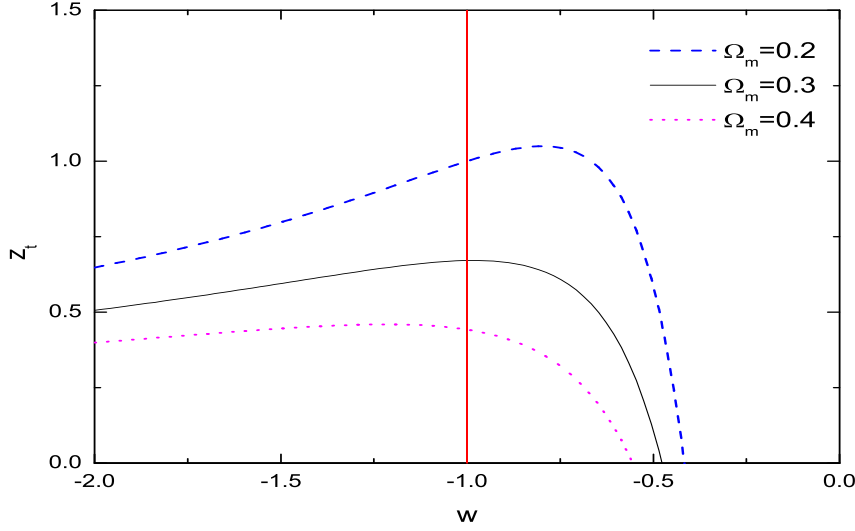


Figura 2.2: Desvio para o vermelho de transição desaceleração/aceleração como função do parâmetro da equação de estado.

A figura 2.2 mostra um gráfico de z_t em função de w para $\Omega_{m,0} = 0.4$ (curva azul tracejada), $\Omega_{m,0} = 0.3$ (curva preta cheia) e $\Omega_{m,0} = 0.2$ (curva rosa pontilhada). Como esperado, quanto maior a quantidade de matéria presente no universo mais tarde ocorre a transição. Note que z_t apresenta um máximo em

$$\frac{1}{3|w|-1} \exp\left(\frac{-3|w|}{1-3|w|}\right) = \frac{1-\Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0}}. \quad (2.52)$$

Uma estranha coincidência é que para $\Omega_{m,0} \approx 0,3$, $w^{max} \approx -1$ e $z_t^{max} \approx z_t^{ACDM} \approx 0,67$.

Uma propriedade extremamente interessante de modelos com $w = cte$ vem do caso especial em que $w < -1$. Se $w < -1$, ao contrário das densidades de matéria e radiação, as quais são funções decrescentes do tempo, ρ_{ee} cresce com o tempo e o fator de escala torna-se infinito num valor finito de tempo $t = t_{rip}$ causando uma singularidade futura conhecida como *big rip*. Energia escura com $w < -1$ recebe um nome especial: *energia fantasma* [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44].

Modelo ϕ CDM

Uma das idéias mais aplicadas para explicar a atual fase de expansão acelerada do universo é que a energia escura tem sua origem num campo escalar ϕ minimamente acoplado cuja dinâmica é basicamente determinada por sua energia potencial. Estes modelos são denominados de ϕ CDM e à energia escura que tem sua origem num campo escalar dá-se o nome de *quinta-essência* [46, 47, 48, 49, 50, 51, 52].

Um campo escalar é descrito pela densidade lagrangiana

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right], \quad (2.53)$$

onde g é o determinante métrico e ϕ é um campo escalar com potencial $V(\phi)$. O tensor de energia momento é definido tomando a variação de (2.53) em relação ao tensor métrico,

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} \equiv \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} g^{\kappa\lambda} \partial_\kappa \phi \partial_\lambda \phi - V(\phi) \right]. \quad (2.54)$$

O princípio cosmológico exige que ϕ seja homoganeamente distribuído de forma que $\partial_i \phi = 0$, o que nos permite definir, em analogia com um fluido perfeito, a densidade de energia e a pressão associadas ao campo escalar, respectivamente, como

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \quad (2.55)$$

e

$$p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (2.56)$$

Portanto, a equação de estado associada a um campo escalar é dada por

$$w_\phi = \frac{\dot{\phi}^2 - 2V(\phi)}{\dot{\phi}^2 + 2V(\phi)}. \quad (2.57)$$

A aceleração é alcançada se o campo escalar evolui lentamente, $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ e $\rho_\phi \approx V(\phi)$ domina o conteúdo energético. A equação de estado está limitada ao intervalo $-1 \leq w_\phi \leq 1$.

A equação de movimento para o campo escalar é determinada pela equação de Klein-Gordon, a qual é obtida tomando a derivada de Euler-Lagrange da densidade lagrangiana (2.53) em relação ao campo ϕ

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{,\mu}} = 0. \quad (2.58)$$

Potencial	Referência
$\phi^\alpha, \alpha > 0$	[47]
$\exp(-\lambda\phi)$	[48]
$\lambda\phi^4$	[53]
$\exp(-\lambda\phi)/\phi^\alpha, \alpha > 0$	[54]
$\exp(\lambda\phi) - 1$	[55]
$(\cosh(\lambda\phi) - 1)^n, n > 0$	[56]
$((\phi - C_1)^\lambda + C_2) \exp(-\kappa\phi)$	[57]
$\exp(-\lambda\phi)[1 + A \sin(-\nu\phi)]$	[58]
$f(\phi) \exp(\phi + \phi^2)$	[89]

Tabela 2.1: Alguns potenciais propostos para o campo escalar cosmológico.

Para a métrica de FRW a equação de Klein-Gordon é

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0, \quad (2.59)$$

onde o termo $3H\dot{\phi}$ é a resistência causada pela expansão atuando contra a evolução de ϕ . Na velocidade terminal sob ação deste termo de fricção, $\ddot{\phi} = 0$ e $\dot{\phi} \sim V'/3H$ de modo que a condição para aceleração é dependente da forma do potencial, $\dot{\phi}^2/V \sim (V'/V)^2 \ll 1$. Assim, para fazer previsões de como um campo escalar dinâmico pode afetar a expansão do universo é necessário especificar a forma do potencial $V(\phi)$. Uma lista incompleta de possíveis potenciais é mostrada na tabela 2.1.

Campos escalares fantasmas são obtidos facilmente invertendo o sinal do termo cinético da densidade lagrangiana (2.53) [59, 60]. Neste caso, é fácil mostrar que a pressão e a densidade de energia associadas ao campo ϕ são dadas, respectivamente, por

$$p_\phi = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) \quad (2.60)$$

e

$$\rho_\phi = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \quad (2.61)$$

de forma que $w = p_\phi/\rho_\phi < -1$.

Infelizmente, apesar de campos escalares serem fisicamente bem motivados e encontrarem uma larga aplicação em física fundamental, campos escalares inspirados em física de partículas não conseguem explicar de forma bem sucedida as observações astronômicas e, portanto, são de aplicação muito pobre em cosmologia. Os campos escalares convenientes para cosmologia possuem potenciais artificiais, constituindo soluções fenomenológicas antes que fundamentais. Como veremos no Capítulo 4, em vez de propormos formas específicas para $V(\phi)$ e então resolvermos a equação de Klein-Gordon para um potencial específico, é mais simples e vantajoso parametrizarmos a equação de estado $w(z)$. Estas parametrizações nos permitem extrair informações importantes sobre dependência temporal e a natureza da energia escura e constituem uma das principais formas de ataque para o problema.

Capítulo 3

Evidências Observacionais para a Aceleração Cósmica

Ao longo da última década, uma quantidade considerável de dados observacionais de alta precisão transformou radicalmente o campo da cosmologia. Medidas de distância de supernovas do tipo Ia (SN Ia) [14, 15] combinados com os dados de radiação cósmica de fundo (RCF) [61] e de estrutura em larga escala (ELE) [62, 63] indicam que o simples cenário do modelo padrão de matéria escura não é suficiente. Estas observações são usualmente explicadas pela introdução de uma nova componente denominada de energia escura ou quinta-essência. Esta capítulo destina-se à discussão dos principais resultados observacionais que conduziram a este paradigma e na forma como eles podem ser utilizados para restringir o valor de certos parâmetros cosmológicos (veja Ref. [64] para mais detalhes).

3.1 Supernovas do Tipo Ia

Medidas de distância são uma preocupação frequente dos astrônomos. Conhecer o tamanho do Universo é fundamental para entender como ele funciona. Neste sentido, objetos cósmicos de magnitude absoluta conhecida, denominados de velas padrão, são de particular interesse para a astronomia. Uma vez que uma vela padrão é identificada, sua magnitude absoluta é imediatamente conhecida, e deste modo uma medida de sua magnitude aparente fornece sua distância.

Supernovas do Tipo Ia parecem ter picos de luminosidade muito similares e, atualmente, são considerados os melhores exemplos de velas *padronizáveis*. Quando os astrônomos detectam uma explosão de uma supernova do Tipo Ia, eles constroem sua curva de luz. Uma vez que sua magnitude absoluta

é conhecida, medidas da magnitude aparente fornecem diretamente a que distância a supernova encontra-se da Terra. Uma vez que estes objetos são muito luminosos, eles são de valor inestimável na determinação de distâncias cósmicas muito além da Via Láctea.

A razão básica para a similaridade no pico de luminosidade dentre SNs Ia, é que sua explosão ocorre apenas quando a massa da estrela anã branca que a originou ultrapassa um limite bem definido, o limite de Chandrasekhar ($M_{Ch} \approx 1,4M_{\odot}$), não importando que tipo de estrela produziu a anã branca.

O fato de SNs Ia serem consideradas velas padronizáveis, torna o estudo destes objetos de grande utilidade para a cosmologia, visto que a construção do diagrama de Hubble para supernovas a *redshifts* suficientemente altos permite que parâmetros cosmológicos importantes, tais como o parâmetro de densidade $\Omega_{m,0}$, o parâmetro da equação de estado w_0 e a constante de Hubble H_0 sejam estimados. Embora SNs Ia não sejam de ocorrência frequente localmente, na média ocorre cerca de um evento por século em nossa galáxia, elas são extraordinariamente luminosas, e portanto podem ser observadas a distâncias muito grandes. A luminosidade média de uma SN Ia é de $L \approx 4 \times 10^9 L_{\odot}$ (cerca de 100.000 vezes maior que a maior luminosidade de uma Cefeida) de forma que uma única SN Ia pode ofuscar todas as estrelas de uma galáxia de brilho moderado combinadas por alguns dias. Visto que galáxias de brilho moderado podem ser observadas até $z \sim 1$, é possível que SN Ia sejam observadas nessa escala de z . Para determinar a luminosidade de uma SN Ia é suficiente observar uma explosão de SN Ia numa galáxia cuja a distância seja conhecida.

O sistema usado pelos astrônomos para expressar fluxos e luminosidades é o sistema de magnitudes. O sistema de magnitudes tem suas raízes na Grécia antiga. O astrônomo grego Hiparcos, no século 2 antes de Cristo, dividiu as estrelas em seis classes de acordo com seu brilho aparente. As estrelas mais brilhantes eram de primeira magnitude, as estrelas mais apagadas visíveis a olho nú eram de sexta magnitude e as estrelas de brilho intermediário foram classificadas como de segunda, terceira, quarta e quinta magnitudes. Muito tempo após Hiparcos ter criado o sistema de magnitudes, deu-se conta que a resposta do olho humano é aproximadamente logarítmica, e que as estrelas de primeira magnitude têm fluxos, no visível, cerca de 100 vezes maior que estrelas de sexta magnitude. Assim, o sistema de magnitudes foi posto em uma base matemática mais rigorosa.

Atualmente, a magnitude bolométrica aparente de uma fonte de luz é definida em termos do fluxo bolométrico da fonte como

$$m \equiv -2,5 \log_{10}(f/f_x), \quad (3.1)$$

onde $f_x = 2,53 \times 10^{-8}$ watt m^{-2} é o fluxo de referência. Devido ao sinal

negativo na definição, um pequeno valor de m corresponde a um grande fluxo f . Por exemplo, o Sol tem um fluxo bolométrico de $f = 1367 \text{ watt m}^{-2}$ na localização da Terra, correspondendo a uma magnitude aparente de $m = -26,8$. A escolha do fluxo de referência se dá devido ao fato de que as estrelas visíveis a olho nú têm magnitudes aparentes tipicamente entre 0 e 6.

A magnitude bolométrica absoluta de uma fonte de luz é definida como a magnitude aparente que a fonte deveria ter se ela estivesse a uma distância luminosidade $d_L = 10 \text{ pc}$ do observador. Deste modo, uma fonte de luz com luminosidade L tem uma magnitude bolométrica absoluta dada por

$$M \equiv -2.5 \log_{10}(L/L_x), \quad (3.2)$$

onde $L_x = 78,7L_\odot$ é a luminosidade de um objeto que produz um fluxo $f_x = 2,53 \times 10^{-8} \text{ watt m}^{-2}$ quando visto a uma distância de 10 pc. A magnitude absoluta do Sol é $M = 4,74$.

Uma vez que a distância luminosidade de um objeto é definida como

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}, \quad (3.3)$$

a relação entre a magnitude aparente de um objeto e sua magnitude absoluta é dada por

$$\mu \equiv m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d_L}{1 \text{ Mpc}} \right) + 25, \quad (3.4)$$

ou, numa forma mais conveniente para os cosmólogos,

$$\mu = 5 \log \left(\frac{H_0 d_L}{c} \right) + 5 \log \left(\frac{3}{h} \right) + 40, \quad (3.5)$$

onde $h = H_0/(100 \text{ Kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$. A diferença $\mu \equiv m - M$ é denominada módulo de distância.

Recentemente, dois grupos de pesquisa, o *High-z Supernova Search Team* (HZSNST) [14] e o *Supernova Cosmology Project* (SCP) [15] têm procurado por supernovas em galáxias distantes. A Figura 3.1 mostra um gráfico do módulo de distância versus o *redshift* para os dados mais recentes do SCP [65]. As observações são comparadas com três modelos de universo. A curva pontilhada vermelha corresponde ao modelo de Einstein-deSitter, a linha cheia em preto corresponde ao modelo Λ CDM e a linha azul tracejada corresponde ao modelo de de Sitter. Note que o Λ CDM ajusta muito melhor os dados que os outros dois. A conclusão de que o universo passa atualmente por uma fase de expansão acelerada decorre da observação que as supernovas observadas em $z \sim 0,5$ são, em média, cerca de 0,25 magnitudes mais apagadas do que deveriam ser em um universo desacelerado com $\Omega_{m,0} = 0,3$ e sem constante cosmológica.

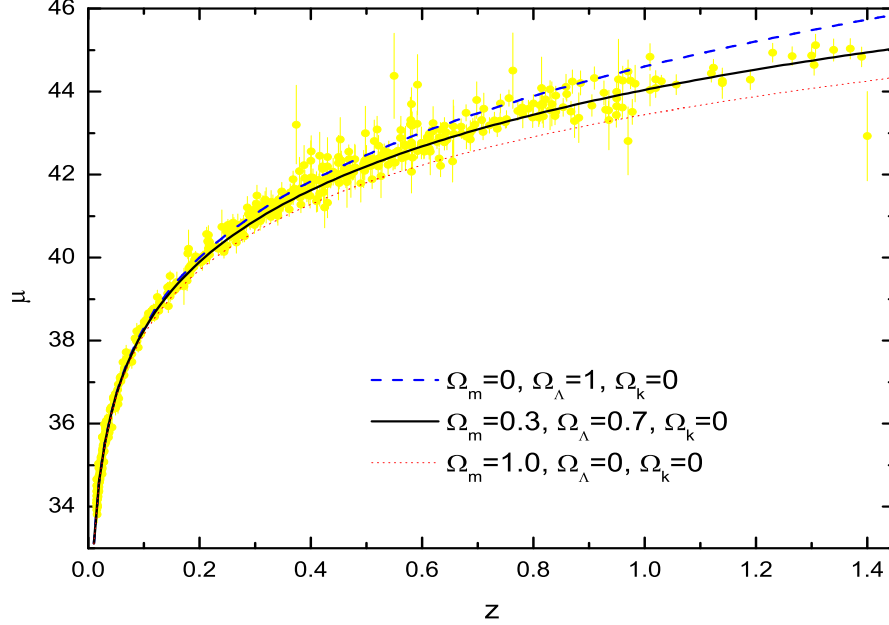


Figura 3.1: Módulo de distância versus redshift para SNs Ia da compilação Union 2 do SCP [65].

3.2 A Radiação Cósmica de Fundo

A Radiação Cósmica de Fundo (RCF) foi descoberta por Arno Penzias e Robert Wilson em 1965 dando a eles o prêmio Nobel de Física em 1978. A detecção da RCF é uma das maiores evidências observacionais da teoria do Big Bang, a qual supõe que num passado muito remoto o universo foi quente e denso o suficiente para manter a matéria bariônica completamente ionizada de modo que os elétrons livres tornassem o universo opaco. Visto que um corpo quente, denso e opaco produz uma radiação de corpo negro, devemos esperar que os fótons que preenchem o universo nesta época apresentem um espectro típico de corpo negro. Medidas realizadas pelo satélite COBE (sigla em inglês para COsmic Microwave Background Explorer) revelaram que a RCF é extremamente bem ajustada por um espectro de corpo negro com temperatura

$$T_0 = 2.725 \pm 0.001 \text{ K.} \quad (3.6)$$

Para um corpo negro, a densidade de energia dos fótons com frequência entre ν e $\nu + d\nu$ é

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (3.7)$$

onde k é a constante de Boltzmann e h a constante de Planck. O pico na função de corpo negro ocorre em $h\nu_{pico} \approx 2.82kT$. Integrando (3.7) sobre todo o espectro obtemos a densidade de energia total,

$$\rho_\gamma = \alpha T^4, \quad \alpha = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3}. \quad (3.8)$$

Uma vez que para um universo em expansão a densidade de energia da radiação evolui de acordo com a equação $\rho_\gamma = \rho_{\gamma,0}(a_0/a)^4$, temos, por (3.8), que

$$\sigma T^4 = \rho_{\gamma,0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 \Rightarrow T = T_0 \frac{a_0}{a}, \quad (3.9)$$

onde $T_0 = (\rho_{\gamma,0}/\alpha)^{1/4}$. Como podemos ver, a radiação de corpo negro que preenche o universo atualmente pode ser explicada como uma relíquia da época na qual o universo era quente e denso o suficiente para ser opaco.

Um melhor entendimento da RCF pode ser obtido fazendo-se a distinção entre três épocas extremamente relacionadas (mas não idênticas) na história do universo:

1. a *época da recombinação* é definida como o instante no qual a densidade numérica de íons é igual a densidade numérica de átomos neutros e marca o instante no qual a matéria bariônica passa de um plasma completamente ionizado a um gás de átomos neutros;
2. a *época do desacoplamento* é definida como o instante no qual a taxa de espalhamento entre fótons e elétrons torna-se menor que o parâmetro de Hubble (o qual nos diz a taxa na qual o universo se expande) e marca o instante no qual o universo torna-se transparente; e
3. a *época do último espalhamento*, definida como o instante no qual um típico fóton da RCF sofre seu último espalhamento com um elétron. Em volta de todo observador no universo está a superfície de último espalhamento, a partir da qual os fótons têm viajado livremente sem nenhum espalhamento posterior por elétrons. Uma vez que a taxa de expansão do universo torna-se maior que a taxa de espalhamento, a probabilidade de um fóton ser espalhado por um elétron torna-se muito pequena fazendo com que a época do último espalhamento seja muito próxima da época do desacoplamento dos fótons.

Evento	z	$T(K)$	$t(10^6 \text{ anos})$
igualdade mat3ria-radia33o	3570	9730	0.047
recombina33o	1370	3740	0.24
desacoplamento	1100	3000	0.35
3ltimo espalhamento	1100	3000	0.35

Tabela 3.1: Eventos relacionados a RCF

Os tempos relevantes de v3rios eventos relacionados a RCF s3o mostrados na Tabela 2.1. Para efeito de compara33o, a tabela tamb3m cont3m o instante no qual ocorre a igualdade entre radia33o e mat3ria, enfatizando o fato que a recombina33o, o desacoplamento e o 3ltimo espalhamento ocorrem quando o universo j3 era dominado pela mat3ria¹.

Denotando a temperatura da RCF num determinado ponto do c3u por $T(\theta, \phi)$, as flutua33es de temperatura da RCF neste ponto do c3u s3o dadas por

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle}, \quad (3.10)$$

onde

$$\langle T \rangle = \frac{1}{4\pi} \int T(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 2.725\text{K} \quad (3.11)$$

3 a m3dia sobre todas as dire33es. Mapas do c3u obtidos pelo COBE fornecem uma flutua33o de temperatura m3dia quadr3tica de

$$\left\langle \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2 \right\rangle^{1/2} = 1.1 \times 10^{-5}. \quad (3.12)$$

O fato de a temperatura da RCF variar somente de $30 \mu\text{K}$ atrav3s do c3u indica uma grande isotropia da RCF. Visto que $\delta T/T$ 3 definido sobre a superf3cie de uma esfera, a esfera celeste, 3 3til expand3-la em harm3nicos esf3ricos:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi). \quad (3.13)$$

¹Note que todos estes tempos dependem do modelo cosmol3gico escolhido. Aqui o modelo escolhido foi o ΛCDM

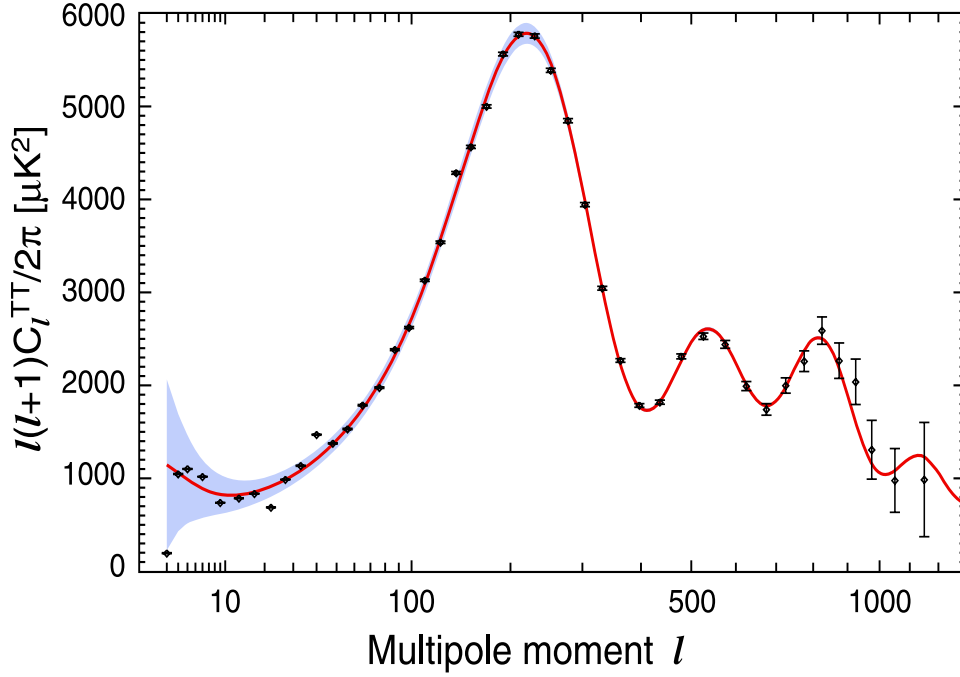


Figura 3.2: Espectro de potências da temperatura da radiação cósmica de fundo fornecido pelo WMAP7. A linha sólida corresponde ao modelo Λ CDM: $\Omega_b h^2 = 0.02270$ e $\Omega_\Lambda = 0.738$. As barras de erro sobre os dados (as quais são pequenas para a maioria deles) indicam o erro observacional enquanto que a região sombreada indica a incerteza estatística, conhecida como variância cósmica, a qual é a incerteza dominante em largas escalas. Figura retirada de Larson *et al.* [66].

A propriedade estatística mais importante de $\delta T/T$ é a função de correlação definida por

$$c(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos \theta} = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta), \quad (3.14)$$

onde \hat{n} e \hat{n}' indicam direções separadas por um ângulo θ no céu, P_l os polinômios de Legendre e C_l os momentos de multipolo. O momento de multipolo C_l é uma medida das flutuações de temperatura em escalas angulares $\theta \sim 180^\circ/l$. Os momentos de maior interesse para os cosmólogos são os com $l \geq 2$ uma vez que revelam o tamanho das flutuações de T na superfície de último espalhamento². As flutuações de densidade da RCF são mais

²O termo de monopolo ($l = 0$) se anula se a temperatura média foi definida corretamente

convenientemente escritas em termos da funao Δ_T definida por

$$\Delta_T \equiv \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l \langle T \rangle^2. \quad (3.15)$$

A Figura 3.2 mostra as flutuaoes de temperatura Δ_T como funao do logaritmo de l . Note que Δ_T apresenta um pico em $l \sim 200$ correspondendo a um tamanho angular de $\sim 1^\circ$.

Dentre os observáveis que podem ser definidos a partir dos dados da RCF, um dos mais importantes é o parâmetro \mathcal{R} [67], definido em termos da razao entre a posiao do primeiro pico no espectro de perturbaoes da temperatura da RCF no modelo que queremos caracterizar l_1 e num modelo de referência l'_1 , i.e.,

$$\mathcal{R} \equiv 2 \frac{l_1}{l'_1} = \sqrt{\frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{k,0}}} \sinh \left(\sqrt{\Omega_{k,0}} \int_0^{z_{dec}} \frac{H_0 dz}{H(z)} \right), \quad (3.16)$$

onde $z_{dec} \approx 1100$. A eq. (3.16) pode ser obtida usando o fato que a escala angular l_A e a posiao do primeiro pico, l_1 , estao relacionadas por [68]

$$l_A = l_1 \left[1 - 0.268 \left(\frac{\rho_\gamma(z_{dec})}{0.3\rho_m(z_{dec})} \right)^{0.1} \right], \quad (3.17)$$

onde l_A esta relacionada com a distância diâmetro angular da última superfície de espalhamento, $d_A(z_{dec})$, por

$$l_A = \pi \frac{d_A(z_{dec})}{r_s(z_{dec})}. \quad (3.18)$$

Na equaao acima,

$$r_s(z_{dec}) = \frac{1}{1+z_{dec}} \int_{z_{dec}}^\infty \frac{c_s(z) dz}{H(z)} \quad (3.19)$$

é a distância do horizonte sonoro na superfície de último espalhamento de modo que

$$\mathcal{R} \equiv 2 \frac{l_1}{l'_1} = 2 \frac{r'_s d_A}{r_s d'_A}. \quad (3.20)$$

Na eq. (3.19) $c_s(z)$ é a velocidade do som no fluido f3ton-bárion, a qual pode ser feita constante para todos os fins práticos. Tomando o modelo padrao

e o termo de dipolo ($l = 1$) é resultado do desvio Doppler devido ao nosso movimento através do espao.

de matéria escura fria como modelo de referência e fazendo $\Omega_{k,0} = 0$ por simplicidade, ou seja,

$$d_A(z_{dec}) = \frac{c}{1+z_{dec}} \int_0^{z_{dec}} \frac{dz}{H(z)} \quad (3.21)$$

temos que $r'_s(z_{dec}) = c_s H_0^{-1} (1+z_{dec})^{-3/2}$ e $d'_A(z_{dec}) = 2c H_0^{-1} (1+z_{dec})^{-1}$. Por sua vez, para um modelo arbitrário, $r_s(z_{dec}) \approx c_s H_0^{-1} \Omega_{m,0}^{-1/2} (1+z_{dec})^{-3/2}$. Assim, substituindo os valores de $r'_s(z_{dec})$, $d'_A(z_{dec})$, $r_s(z_{dec})$ e $d_A(z_{dec})$ em (3.20) obtemos,

$$\mathcal{R} = \sqrt{\Omega_{m,0}} \int_0^{z_{dec}} \frac{H_0 dz}{H(z)} \quad (3.22)$$

que é a expressão teórica para o parâmetro \mathcal{R} da RCF para um universo espacialmente plano (usualmente chamado de *shift parameter*). Os dados mais recentes da RCF fornecem um valor de $\mathcal{R} = 1.725 \pm 0.018$ [69]. Como veremos nos capítulos seguintes, o parâmetro \mathcal{R} é extremamente útil para impor limites aos parâmetros cosmológicos. De fato, o ângulo $\theta \approx 1^\circ$ no qual o pico mais alto da Fig. 3.2 está localizado depende da curvatura espacial do universo, sendo menor num universo aberto ($\Omega_{k,0} > 0$) que num universo fechado ($\Omega_{k,0} < 0$). A posição observado do pico é consistente com $\Omega_{k,0} = 0$ ou, equivalentemente, $\Omega_{total,0} = 1$. Portanto, \mathcal{R} fornece informações úteis sobre a curvatura do universo e seu conteúdo material. Além disto, o parâmetro \mathcal{R} é muito importante na determinação de parâmetros cosmológicos por dois motivos: *i*) o erro relativo em \mathcal{R} é muito pequeno e; *ii*) a integral sobre $H(z)$ vai até $z \approx 1100$ de modo que pequenas modificações de $H(z)$ podem causar grandes mudanças em \mathcal{R} .

3.3 Oscilações Acústicas da Matéria Bariônica

Antes da época da recombinação, fótons e bárions estavam fortemente acoplados uns aos outros. Flutuações na densidade de bárions eram capazes de se propagar a velocidades comparáveis às dos fótons, $c_s \sim c/\sqrt{3}$. Uma vez que após o desacoplamento a energia térmica da matéria bariônica torna-se muito menor que sua energia de repouso, os bárions tornam-se altamente não relativísticos e a sua velocidade do som torna-se nula. Após o desacoplamento, uma correlação com tamanho característico r_s permanece impressa na distribuição de bárions. A Figura 3.3 mostra como a escala característica é impressa nas distribuições de matéria escura e bariônica que nós observamos atualmente. Inicialmente as perturbações de densidade se propagam através de fótons e bárions como um único pulso. Visto que a matéria escura interage

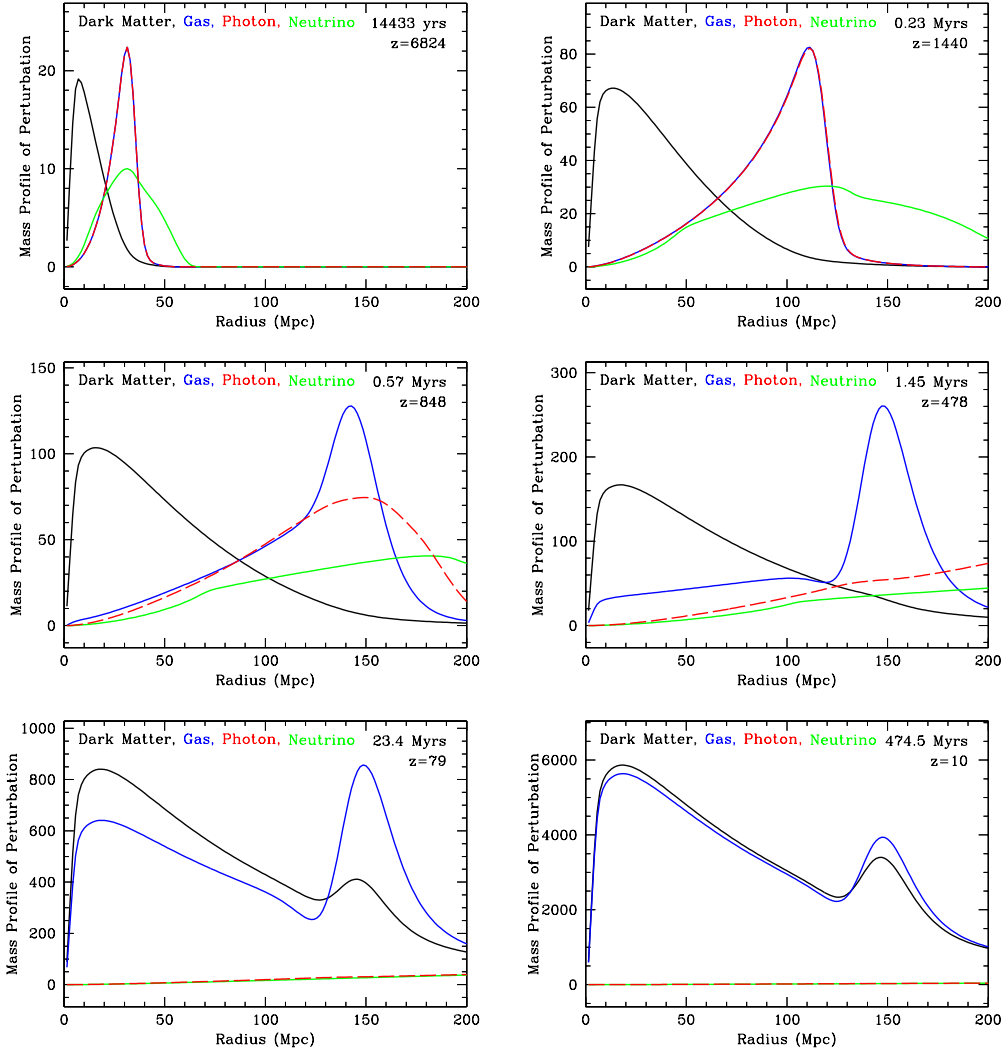


Figura 3.3: Perfil radial das perturbações de densidades como função do raio co-móvel. As perturbações na matéria escura (curva preta), bárions (curva azul), fótons (curva vermelha) e neutrinos (curva verde) evoluem desde de tempos remotos ($z=6824$) até muito após o desacoplamento ($z=10$). Figura retirada de Eisenstein *et al.* [70].

apenas gravitacionalmente, sua perturbação torna-se defasada em relação ao plasma fóton-bárion fortemente acoplado. Durante a recombinação os fótons começam a separar-se dos bárions e, uma vez que o desacoplamento esteja completo, os fótons se propagam livremente deixando apenas uma perturbação na densidade de bárions em torno de 150 Mpc e uma perturbação na

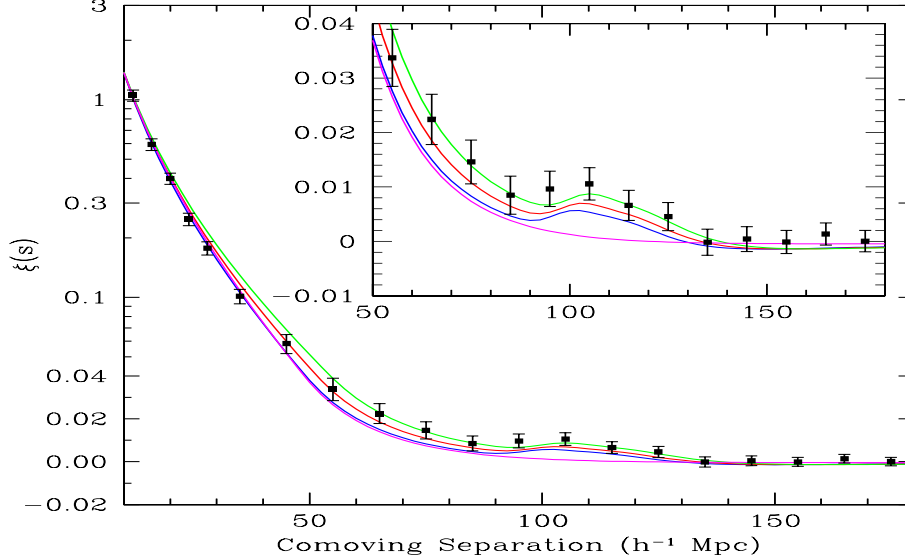


Figura 3.4: O pico acústico bariônico na função de correlação. Note que o pico é sensível à densidade de matéria (de cima para baixo $\Omega_{m,0}h^2 = 0.12$ (verde), 0.13 (vermelha) and 0.14 (azul), todos com $\Omega_{b,0}h^2 = 0.024$). A linha inferior (rosa) sem um pico é a função de correlação para o modelo padrão de matéria escura fria com $\Omega_{b,0} = 0$. Figura tirada de Eisenstein *et al.*, 2005 [63].

matéria escura próxima à origem. Nos dois gráficos da parte de baixo da Figura 3.3 vemos como a interação gravitacional entre matéria escura e bárions afeta o pico: a matéria escura puxa o pico na densidade próxima à origem enquanto os bárions continuam a arrastar a densidade de matéria escura para o pico em 150Mpc deixando um pico no perfil das perturbações de densidade da matéria escura.

Flutuações na densidade de bárions são as sementes de galáxias e aglomerados de galáxias, ou seja, das estruturas de larga escala. A função de correlação de galáxias observada na presente época contém uma escala comóvel preferida $\sim r_s$. Quando aplicamos uma transformada de Fourier à função de correlação surgem ondulações no espectro de potências das flutuações da densidade bariônica. Por esta razão, a correlação é conhecida como *oscilações acústicas bariônicas*.

A correlação de um levantamento de galáxias é dada por,

$$\xi(s) = \left\langle \frac{\delta\rho}{\rho}(\mathbf{x}_1) \frac{\delta\rho}{\rho}(\mathbf{x}_2) \right\rangle, \quad (3.23)$$

onde ρ é a densidade de matéria homogênea, $\delta\rho$ a flutuação na densidade de matéria e a média é feita sobre todos os pontos do céu tais que $|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2| \leq \mathbf{s}$. A Figura 3.4 mostra a função de correlação para 46.748 galáxias observadas pelo Sloan Digital Sky Survey (SDSS).

Visto que levantamentos de galáxias são tri-dimensionais, as correlações podem ser vistas tanto na direção radial, r_{\parallel} , (linha de visada) quanto na direção perpendicular à linha de visada, r_{\perp} , das galáxias, as quais são afetadas pela expansão do universo da seguinte forma:

$$r_{\parallel}(z) = \frac{c}{H(z)} \Delta z, \quad (3.24)$$

$$r_{\perp}(z) = d_A(z) \Delta \theta. \quad (3.25)$$

As correlações tridimensionais impoem vínculos sobre a seguinte combinação destas quantidades

$$D_V = \left(\frac{r_{\perp}}{\Delta \theta}\right)^2 r_{\parallel} = \frac{c \Delta z}{H(z)} d_A^2(z) \quad (3.26)$$

de modo que $D_V(z)$ pode ser utilizado para impor restrições a parâmetros cosmológicos. Em 2005, Eisenstein *et al.* [63] obtiveram o valor $D_V(0.35) = 1370 \pm 64$ Mpc. Uma versão adimensional e independente de H_0 de D_V é

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= D_V(z_{BAO}) \frac{H_0 \sqrt{\Omega_{m,0}}}{z_{BAO}} \\ &= \frac{\sqrt{\Omega_{m,0}} H_0}{H(z_{BAO})^{1/3}} \left[\frac{1}{z_{BAO}} \int_0^{z_{BAO}} \frac{dz}{H(z)} \right]^{2/3}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

onde $z_{BAO} = 0.35$ e tomamos $\Omega_{k,0} = 0$. O parâmetro \mathcal{A} tem valor observado de $\mathcal{A} = 0.469 \pm 0.017$ e tem sido usado extensivamente para impor vínculos sobre modelos de energia escura.

3.4 Análise Estatística

Frequentemente, estaremos interessados em quantidades \mathbf{X}_i^{obs} (e.g., o módulo de distância, o parâmetro \mathcal{R} e o parâmetro de BAO \mathcal{A}) medidas num redshift z_i (ou num bin de largura Δz_i). A evolução do universo é dada pelo parâmetro de Hubble H (2.42), que por sua vez é caracterizado por um certo conjunto de parâmetros desconhecidos \mathbf{P}

$$H(z|\mathbf{P}) = H(z|H_0, \Omega_{r,0}, \Omega_{m,0}, \Omega_{k,0}, w(z|w_1, \dots, w_n)),$$

os quais queremos determinar ((w_1, \dots, w_n) são os parâmetros que caracterizam um determinado modelo de energia escura). A comparação entre teoria

e observação é feita calculando o valor teórico da quantidade $\mathbf{X}_i^{teo}(z_i|\mathbf{P})$ para determinados valores dos parâmetros \mathbf{P} e comparando com seu valor observado \mathbf{X}_i^{obs} . O melhor ajuste ocorre para os valores de \mathbf{P} que mais aproximam a quantidade \mathbf{X}_i^{teo} da quantidade \mathbf{X}_i^{obs} .

3.4.1 Mínimos Quadrados e Regiões de Confiança

Se temos N medidas de \mathbf{X}_i^{obs} em redshifts z_i com erros σ_i , a discrepância entre teoria e observação, é quantificada pela função

$$\chi^2(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^N \frac{[\mathbf{X}_i^{obs}(z_i) - \mathbf{X}_i^{teo}(z_i|\mathbf{P})]^2}{\sigma_i^2}. \quad (3.28)$$

Valores de $\chi_{min}^2/(N - n) \simeq 1$ indicam um bom ajuste. O melhor ajuste ocorre para os valores \mathbf{P}^* dos parâmetros que minimizam (3.28) ou, equivalentemente, que maximizam a *probabilidade*

$$P \propto \exp \left[-\frac{1}{2}\chi^2(\mathbf{P}) \right]. \quad (3.29)$$

As regiões de confiança em 1 , 2 e 3σ correspondem, respectivamente, à 68.3%, 95.4% e 99.73% da área sob a curva de probabilidade.

3.4.2 Marginalização de Parâmetros

Frequentemente, quando estamos investigando um determinado modelo, estamos mais interessados em determinados parâmetros (aqueles que dizem respeito ao modelo em si) do que em outros. Por exemplo, quando estudamos modelos de energia escura, estamos mais interessados em obter limites para os parâmetros livres destes modelos, uma vez que estes nos fornecem informações sobre a aceleração do universo, do que em encontrar vínculos sobre o parâmetro de Hubble H_0 que não nos diz nada a respeito da presente fase de aceleração. Uma forma de se eliminar este parâmetro indesejável e economizar tempo é realizando uma *marginalização* sobre ele. O processo de marginalização é muito simples e consiste em integrarmos a probabilidade (3.29) sobre todos os valores possíveis do parâmetro que queremos eliminar. Por exemplo, se $\mathbf{P} = (a_1, \dots, a_6, a_7, \dots, a_n)$ e a_6 e a_7 são os parâmetros que não são relevantes em nossa análise, em vez de (3.28), a função que devemos minimizar é

$$\tilde{\chi}^2(\mathbf{P}') = -2 \ln \left[\int da_6 \int da_7 e^{-\frac{1}{2}\chi^2(\mathbf{P}', a_6, a_7)} \right]. \quad (3.30)$$

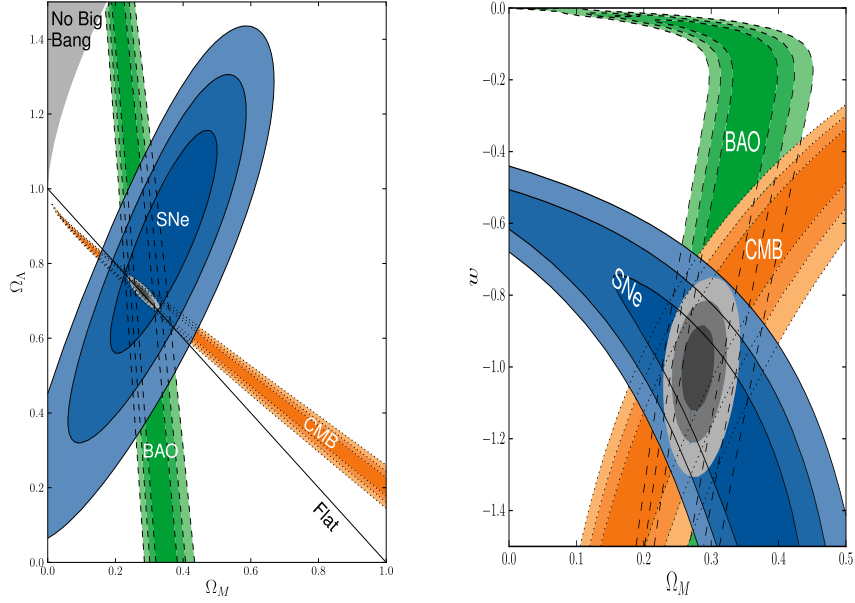


Figura 3.5: Restrições nos planos $\Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}$ (esquerda) e $\Omega_{m,0} - w$ (direita) originadas da análise combinada dos dados de SNs Ia [65], RCF \mathcal{R} [69] e BAO \mathcal{A} [63]. Figura retiradas de [65].

Por fim, os erros em 1, 2 e 3 σ para cada parâmetro a_1, a_2, \dots, a_n separadamente, correspondem a 68.3%, 95.4% e 99.73% da área sob as curvas de probabilidade P_1, P_2, \dots, P_n ,

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \int da_2 \int da_3 \cdots \int da_n P(a_1, a_2, \dots, a_n) \\
 P_2 &= \int da_1 \int da_3 \cdots \int da_n P(a_1, a_2, \dots, a_n) \\
 &\vdots \\
 P_n &= \int da_1 \int da_2 \cdots \int da_{n-1} P(a_1, \dots, a_{n-1}, a_n),
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

respectivamente.

3.5 Complementaridade dos Dados

A complementaridade das distâncias de SNs Ia, do parâmetro \mathcal{R} da RCF e do parâmetro de BAO \mathcal{A} é mostrada na Figura 3.5. As regiões de

confiança em 1, 2 e 3σ para SNs Ia, RCF, e BAO, são representadas em tons de azul, laranja e verde, respectivamente. Estes contornos são obtidos da minimização da função χ^2 para cada um destes dados individualmente, i.e.,

$$\chi_{SN}^2 = \sum_{i=1}^{557} \frac{[\mu^{obs}(z_i) - \mu_i^{teo}(z_i|\mathbf{P})]^2}{\sigma_i^2}; \quad (3.32)$$

$$\chi_{RCF}^2 = \frac{[1.715 - \mathcal{R}(z_i|\mathbf{P})]^2}{0.021^2}; \quad (3.33)$$

e

$$\chi_{BAO}^2 = \frac{[0.469 - \mathcal{A}(z_i|\mathbf{P})]^2}{0.017^2}. \quad (3.34)$$

Os vínculos sobre os parâmetros cosmológicos $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$ e w , provenientes de cada observação separadamente, apresenta uma região de superposição de forma que a combinação destes dados conduz ao modelo de concordância cósmica, $\Omega_{m,0} \approx 0.3$ e $\Omega_{\Lambda,0} \approx 0.7$ e $w \approx -1$. Na figura da esquerda, $\Omega_{k,0} \neq 0$ e $w = -1$ de modo que $\mathbf{P} = (\Omega_{m,0}, \Omega_{\Lambda,0})$ ($\Omega_{r,0} = 8.4 \times 10^{-5}$ e, pela condição de normalização $\Omega_{k,0} = 1 - \Omega_{r,0} - \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}$). Na figura da direita, $\Omega_{k,0} = 0$ e $w = cte$. ($\mathbf{P} = (\Omega_{m,0}, w)$). Os dois planos foram obtidos marginalizando sobre H_0 a função χ_{SN}^2 (única que contém o parâmetro H_0). A região cinza no centro da figura indica os vínculos resultantes de uma análise conjunta, i.e.,

$$\chi_{tot}^2 = \chi_{SN}^2 + \chi_{RCF}^2 + \chi_{BAO}^2. \quad (3.35)$$

Note que, diferentemente dos vínculos oriundos de cada observação individual, a combinação dos dados reduz consideravelmente os valores permitidos para $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$ e w (para uma revisão sobre análise estatística de dados em cosmologia, veja [71]).

Capítulo 4

Modelos $w(t)$ CDM

A forma mais simples de investigar a dinâmica da energia escura é parametrizando sua equação de estado diretamente como função do tempo, ou, equivalentemente, de z . A princípio, não há regras para se fazer isto e qualquer parametrização de w pode ser considerada. Contudo, se levarmos em conta que os dois candidatos fisicamente mais bem motivados à energia escura são a constante cosmológica e quinta-essência, é razoável que parametrizações da energia escura incluam estes dois casos como casos particulares, o que reduz a variedade de formas que w pode ter.

Uma das formas mais utilizadas consiste em escrever w como uma série de potências,

$$w(z) = \sum_{n=0} w_n [x(z)]^n, \quad (4.1)$$

onde w_n são constantes a serem fixadas pelas observações e $x(z)$ é uma função de z . Comumente escolhe-se $x(z)$ de forma que

$$x(0) = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{dx}{dz} \right|_0 = 1 \quad (4.2)$$

o que implica que as constantes w_n são dadas por

$$w_n = \left. \frac{d^n w}{dz^n} \right|_0. \quad (4.3)$$

Dependendo dos valores dos w_n 's, podemos ter uma equação de estado constante ($w_0 \neq 0, w_n = 0, n \geq 1$), quinta-essência ($-1 \leq w(z) \leq 1$) e energia fantasma ($w(z) \leq -1$). É comum truncar a expansão de $w(z)$ no primeiro termo, i.e.,

$$w(z) = w_0 + w'_0 x(z) \quad (4.4)$$

visto que tal aproximação contém o número mínimo de parâmetros necessários para investigarmos a dependência temporal da energia escura. Além

disso, há ainda dois outros bons motivos para considerarmos apenas aproximações de primeira ordem. O primeiro deles é que, uma vez que as observações disponíveis até o momento são inteiramente compatíveis com $w = -1$ ($\rho_{ee} = cte.$), nós devemos esperar uma evolução muito suave da energia escura, o que nos faz supor que uma aproximação de primeira ordem para w deve funcionar bem num grande intervalo de z . O segundo motivo é que apesar da quantidade e qualidade das observações cosmológicas atuais essas observações ainda não são nem numerosas nem precisas o suficiente para impor vínculos muito fortes a modelos de energia escura envolvendo mais que dois parâmetros. Portanto, modelos de energia escura envolvendo mais que dois parâmetros devem ser suficientemente bem motivados.

Neste capítulo, apresentaremos algumas parametrizações da energia escura. Enfatizaremos principalmente três parametrizações de primeira ordem: a linear, a CPL e a logarítmica. O principal motivo para isto é que precisamos preparar o terreno para os próximos capítulos uma vez que as contribuições originais desta tese são parametrizações de primeira ordem. Além das três parametrizações citadas, trataremos ainda (embora de um modo mais sumário) de outras três, as quais não são baseadas em expansões em série.

4.1 Parametrização Linear

Se a energia escura tem sua origem num campo escalar dinâmico, canônico (quinta-essência) ou não (energia fantasma), então a expansão de primeira ordem [72, 73]

$$w(z) = w_0 + w'_0 z \quad (4.5)$$

é uma boa aproximação de w para baixos valores de z . O caso particular $w = w_0 = cte.$ é obtido se $w'_0 = 0$. Visto que uma constante cosmológica ($w = -1$) está em bom acordo com as observações cosmológicas disponíveis, podemos supor que w é uma função muito suave de z , de modo que (4.5) deve ser uma boa aproximação num intervalo razoável de *redshifts*. Contudo, a questão que surge é: até que valor de z podemos aplicar (4.5) com alguma segurança. Esta questão pode ser respondida se levarmos em conta que a

energia escura deve ser subdominante no passado, ou seja¹.,

$$\rho_{ee}(z) \leq \rho_m(z), \quad z \geq z_{ig} \quad (4.6)$$

onde z_{ig} é o *redshift* para o qual ocorre a igualdade entre as densidades de matéria e de energia escura.

A densidade de energia escura é obtida substituindo (4.5) em (2.37)

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee,0}(1+z)^{3(1+w_0-w'_0)} e^{3w'_0 z} \quad (4.7)$$

de forma que a condição de subdominância (4.6) se reflete na desigualdade

$$w'_0 \leq w'_0{}^{max}(z), \quad z \geq z_{ig} \quad (4.8)$$

onde

$$w'_0{}^{max}(z) = \frac{1}{3} \frac{\ln\left(\frac{\Omega_{m,0}}{1-\Omega_{m,0}-\Omega_{r,0}}\right) - 3w_0 \ln(1+z)}{z - \ln(1+z)}. \quad (4.9)$$

Para $z \gg 1$, $w'_0{}^{max}(z) \rightarrow 0$ de modo que observações a altos *redshifts* como as de RCF devem conduzir ao limite superior $w'_0 \leq 0$.

A figura 4.1 mostra o espaço paramétrico $w_0 - w'_0$ para as combinações SN Ia + BAO (esquerda) e SN Ia + BAO + RCF (direita) em 1σ e 2σ . Os dados de SN Ia são da compilação Union 2 (U2) do SCP, a qual contém 557 medidas do módulo de distância no intervalo $0.015 \leq z \leq 1.4$ e constitui a maior amostra de SNs Ia disponível atualmente. O plano $w_0 - w'_0$ foi obtido marginalizando sobre o parâmetro $\Omega_{m,0}$. Para a combinação SN Ia + BAO, o melhor ajuste ocorre para $\Omega_{m,0} = 0.27$, $w_0 = -1.02$ e $w'_0 = 0.08$, sendo estes parâmetros limitados em 2σ aos intervalos $0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.31$, $-1.26 \leq w_0 \leq -0.76$ e $-1.5 \leq w'_0 \leq 1.19$, respectivamente. Embora haja uma grande região do espaço paramétrico para o qual $w'_0 \neq 0$, o modelo mais favorecido pelas observações parece ser o Λ CDM ($w_0, w'_0, \Omega_{m,0}$) $\sim (1, 0, 0.27)$. A transição da fase desacelerada para a fase acelerada ocorre em $z_t \approx 0.73$ e a igualdade entre energia escura e matéria em $z_{ig} \approx 0.39$. Para combinação SN Ia + BAO + RCF, os valores que melhor ajustam os dados são $\Omega_{m,0} = 0.27$, $w_0 = -1$ e $w'_0 = 0$. O plano da direita nos dá uma amostra do quão artificiais podem ser os vínculos sobre w'_0 . Uma vez que o teste RCF \mathcal{R} envolve um redshift muito alto, $z \simeq 1100$, o espaço paramétrico é cortado em $w'_0 \approx 0$ de acordo com (4.8).

¹Na verdade, (4.6) deve ser satisfeita em qualquer modelo para $z \gg 1$, visto que uma energia escura que domina o conteúdo energético do universo muito cedo é problemática para a formação de estruturas em larga escala. Modelos de energia escura que dominam sobre a matéria em tempos remotos são, em alguns casos, estudados. Contudo, eles devem ser considerados apenas do ponto de vista acadêmico, visto que se esta possibilidade fosse real o universo que observamos não existiria. Nós afrouxamos a condição de subdominância proposadamente pois não podemos esperar que uma aproximação simples como (4.5) seja válida a $z \gg 1$, de modo que (4.6) pode se manifestar bem antes do esperado.

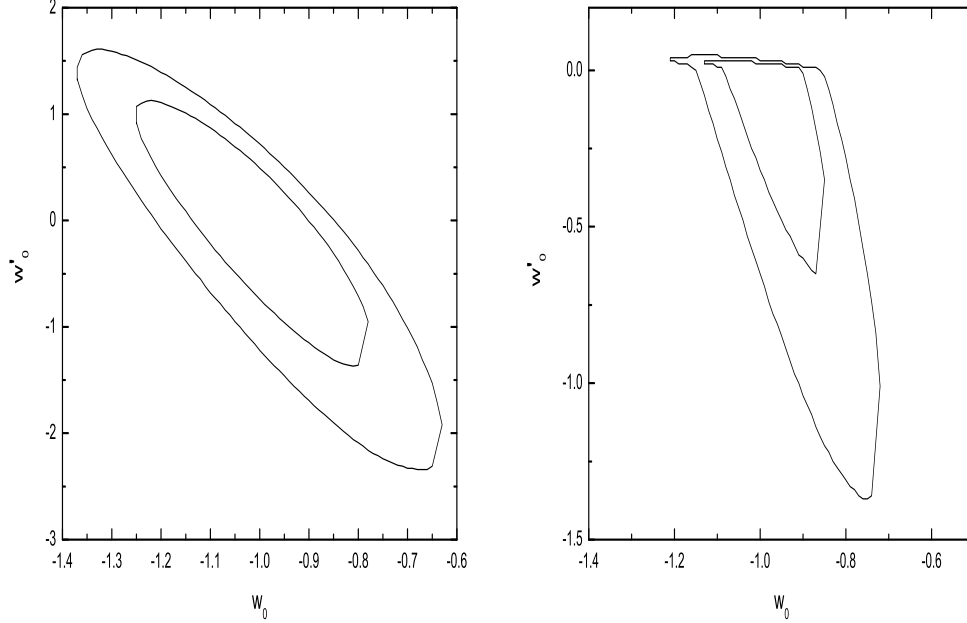


Figura 4.1: Regiões de confiança (68.3% e 95.4%) no plano $w_0 - w'_0$. *Esquerda*: vínculos observacionais obtidos da combinação dos dados de SNs Ia com a medida do parâmetro de BAO. *Direita*: vínculos observacionais obtidos da combinação SN Ia + BAO + RCF. O vínculo físico (4.6) se manifesta fortemente sobre o parâmetro w'_0 .

4.2 Parametrização CPL

Como visto na seção anterior, uma expansão de primeira ordem convencional para $w(z)$ nos permite investigar a dinâmica da energia escura apenas num intervalo restrito de *redshifts*. Uma vez que a densidade de energia (4.7) torna-se a componente dominante para $z \gg 1$ se $w'_0 > 0$, a condição de subdominância $\rho_{ee} < \rho_{m,0}$, a qual deve ser obedecida em altos redshifts para que as estruturas possam de se formar, conduz a vínculos extremamente fortes, embora artificiais, sobre o parâmetro w'_0 . Este comportamento problemático nos força a descartar o uso do parâmetro \mathcal{R} da RCF, o qual é um dos mais precisos e importantes testes cosmológicos, ao empregarmos (4.5) para investigar uma possível evolução temporal da equação de estado da energia escura, uma vez que \mathcal{R} nos fornece informação de como o universo era em $z \simeq 1100$, ou seja, muito além do *redshift* ($z \sim 1$) no qual esperamos que (4.5) possa ser aplicada com alguma segurança.

Para estender o regime de aplicabilidade de $w(z)$ para valores de $z > 1$, Chevalier e Polarrski [74] e Linder [75] propuseram a seguinte parametrização da equação de estado:

$$w(z) = w_0 + w'_0 \frac{z}{1+z} \quad (4.10)$$

a qual será denominada de agora em diante de *parametrização CPL*. Esta parametrização é bem comportada para altos *redshifts* ($w(z \rightarrow \infty) \rightarrow w_0 + w'_0$) e se reduz a (4.5) para baixos valores de z , regime no qual sabemos que (4.5) é uma boa descrição para $w(z)$ independentemente de sua forma real. O comportamento limitado de (4.10) para $z \gg 1$ nos permite empregá-la até o *redshift* do último espalhamento $z = 1100$ e, portanto, utilizar as informações da RCF para impor vínculos aos parâmetros da equação de estado.

Para (4.10) a densidade de energia escura evolui como

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee,0}(1+z)^{3(1+w_0+w'_0)} \exp\left(-3w'_0 \frac{z}{1+z}\right) \quad (4.11)$$

de forma que a condição de subdominância (4.6) resulta em

$$w'_0 \leq w_0'^{max}(z), \quad z \gg 1 \quad (4.12)$$

onde

$$w_0'^{max}(z) = \frac{1}{3} \frac{\ln\left(\frac{\Omega_{m,0}}{1-\Omega_{m,0}-\Omega_{r,0}}\right) - 3w_0 \ln(1+z)}{\ln(1+z) - z/(1+z)}. \quad (4.13)$$

Fazendo $\Omega_{m,0} = 0.3$, temos que em $z = 1100$, $w_0'^{max} = -0.047 - 1.664w_0$, de forma que w'_0 deve sempre estar abaixo desta reta no espaço paramétrico se supusermos que (4.10) é aplicável até a superfície de último espalhamento.

A Figura 4.2 mostra as restrições nos espaços paramétricos $w_0 - w'_0$ em 1σ e 2σ obtidas a partir da combinação SNe Ia (U2) + \mathcal{A} (esquerda) e U2 + \mathcal{A} + \mathcal{R} (direita). Como no caso anterior, marginalizamos sobre o parâmetro $\Omega_{m,0}$. Para combinação U2 + \mathcal{A} , o melhor ajuste ocorre para $\Omega_{m,0} = 0.27$, $w_0 = -1.01$ e $w'_0 = 0.04$, sendo estes parâmetros limitados em 2σ aos intervalos $0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.31$, $-1.3 \leq w_0 \leq -0.69$ e $-2.41 \leq w'_0 \leq 1.83$, respectivamente. Novamente, o modelo mais favorecido pelas observações parece ser o Λ CDM, embora exista uma grande parte do espaço paramétrico para qual $w'_0 \neq 0$. A transição da fase desacelerada para a fase acelerada ocorre em $z_t \approx 0.75$ e a igualdade entre energia escura e matéria em $z_{ig} \approx 0.39$.

Visto que uma das principais motivações da parametrização (4.10) é corrigir o comportamento problemático de (4.5) a altos *redshifts*, é importante verificar a aplicabilidade de (4.10) a *redshifts* tão altos quanto o da superfície de último espalhamento $z_{dec} = 1100$. Para isto, nós adicionamos o parâmetro

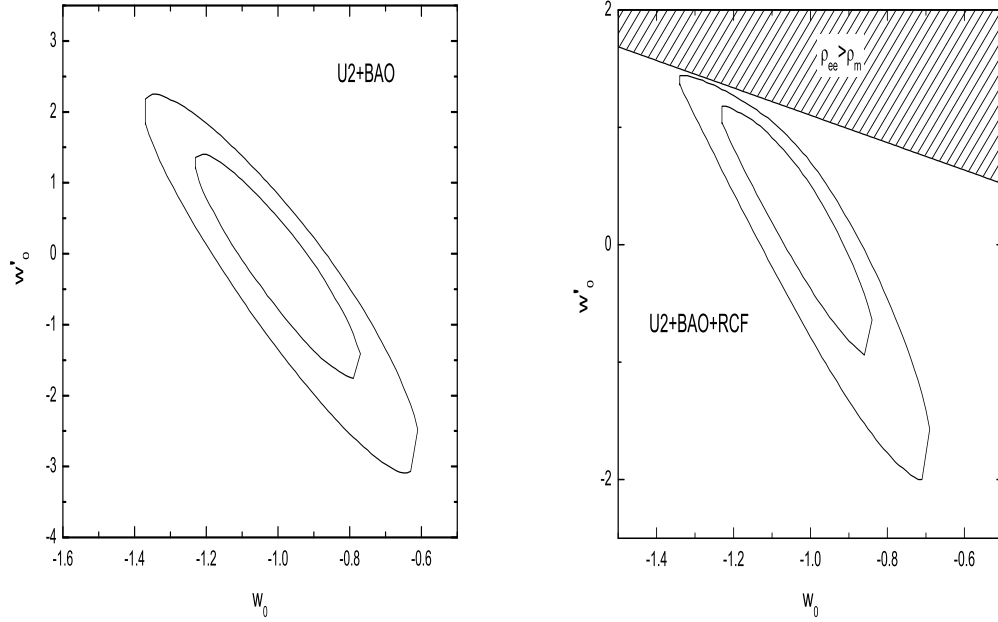


Figura 4.2: Vínculos observacionais no espaço de fase da parametrização CPL, usando os dados do U2 e o parâmetro de BAO. *Esquerda*: regiões de confiança (68.3% e 95.4%) para combinação U2 + BAO. *Direita*: regiões de confiança (68.3% e 95.4%) para combinação U2 + BAO + RCF. A parte hachurada indica a região do espaço de fase para a qual a energia escura domina sobre a matéria em tempos remotos.

\mathcal{R} da RCF aos testes de SNs Ia e BAO (figura 4.2 direita). Para esta combinação específica dos dados, obtivemos $\Omega_{m,0} = 0.27^{+0.02}_{-0.03}$, $w_0 = -1.05^{+0.29}_{-0.24}$ e $w'_0 = 0.35^{+0.97}_{-1.79}$. A região hachurada corresponde à porção do espaço paramétrico para a qual a componente escura domina o conteúdo energético do universo em tempos remotos e é limitada pela curva de (4.13) tomando $\Omega_{m,0} = 0.24$ (limite inferior em 2σ) e $z = 1100$ (*redshift* até o qual supomos que (4.10) é válida). Note que, em 95% de confiança, o espaço paramétrico inteiro fica abaixo do limite imposto por (4.12), de forma que w'_0 não “sente” este vínculo físico. No melhor ajuste dos dados, encontramos que a transição da fase desacelerada para a fase acelerada ocorre em $z_t = 0.69$ e a igualdade entre as densidades de matéria e energia escura em $z_{ig} = 0.39$.

4.3 Parametrização Logarítmica

Outro modelo dinâmico importante, proposto por Efstathiou em [76], é dado por

$$w(z) = w_0 - w'_0 \ln(1+z). \quad (4.14)$$

Efstathiou notou que para alguns potenciais associados a campos escalares dinâmicos, $w(z)$ é bem aproximado pela parametrização (4.14) em $z \leq 4$. Tal como (4.10), esta parametrização recupera (4.5) para $z \ll 1$.

Para (4.14), a densidade de energia escura evolui como

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee,0}(1+z)^{3[1+w_0-0.5w'_0 \ln(1+z)]}. \quad (4.15)$$

Embora a principal motivação de (4.14) seja sua capacidade de ajustar uma grande variedade de campos escalares dinâmicos para $z \leq 4$, vínculos observacionais sobre os parâmetros $(\Omega_{m,0}, w_0, w'_0)$ envolvendo RCF foram originalmente estudados na Ref. [76]. Em tal regime, (4.15) deve satisfazer a condição de subdominância (4.6), a qual se reflete no vínculo físico

$$w'_0 \geq w_0'^{min}(z), \quad z \gg 1 \quad (4.16)$$

onde

$$w_0'^{min}(z) = -\frac{2 \ln \left(\frac{\Omega_{m,0}}{1-\Omega_{m,0}-\Omega_{r,0}} \right) - 3w_0 \ln(1+z)}{3 \ln^2(1+z)}. \quad (4.17)$$

Fazendo $\Omega_{m,0} = 0.3$, temos que em $z = 1100$, $w_0'^{min} \approx -0.01 + 0.29w_0$, ou seja, w'_0 deve sempre estar acima desta curva no plano $w_0 - w'_0$ se supusermos que (4.14) é aplicável até $z = 1100$. Considerando que w_0 tipicamente encontra-se no intervalo $-1.5 \leq w_0 \leq -0.6$, temos que $-0.46 < w_0'^{min} < -0.14$, de forma que a região permitida para w'_0 no plano $w_0 - w'_0$ torna-se bem restrita para $w'_0 < 0$.

A Figura 4.3 mostra os vínculos observacionais sobre os parâmetros w_0 e w'_0 obtidos das combinações U2 + BAO (esquerda) e U2 + BAO + RCF (direita). Para combinação U2 + BAO o melhor ajuste ocorre para $\Omega_{m,0} = 0.27$, $w_0 = -1.02$ e $w'_0 = -0.09$. Como antes, o plano $w_0 - w'_0$ é obtido após marginalizarmos sobre $\Omega_{m,0}$. Em 95.4% de confiança obtemos que $0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.31$, $-1.28 \leq w_0 \leq -0.72$ e $-1.49 \leq w'_0 \leq 1.92$. Como podemos ver, uma constante cosmológica ($w_0 \approx -1$ e $w'_0 \approx 0$) é novamente favorecida. Os resultados da aplicação de (4.14) a altos *redshifts* são mostrados na figura da direita onde incluímos em nossa análise os o parâmetro \mathcal{R} da RCF além dos dados do U2 e do parâmetro \mathcal{A} de BAO. O melhor ajuste ocorre para $\Omega_{m,0} = 0.27$, $w_0 = -1.05$ e $w'_0 = -0.29$. Em 2σ obtemos que

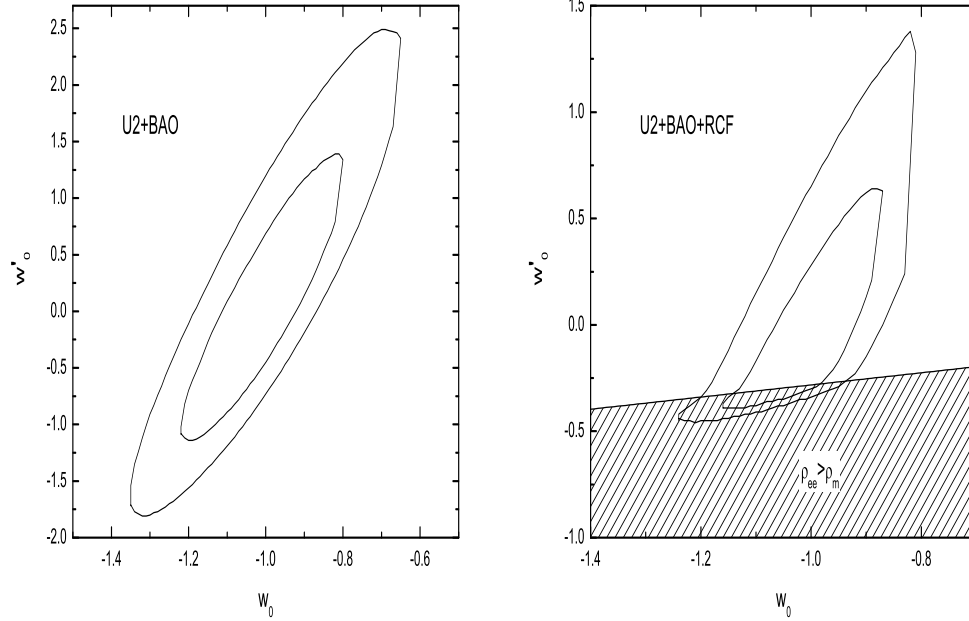


Figura 4.3: Regiões de confiança (68.3% e 95.4%) no plano $w_0-w'_0$. *Esquerda*: vínculos observacionais obtidos para combinação U2+BAO. *Direita*: vínculos observacionais obtidos para combinação U2+BAO+RCF.

$0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.3$, $-1.2 \leq w_0 \leq -0.81$ e $-0.43 \leq w'_0 \leq 1.04$. Como podemos ver a parametrização (4.14) é muito sensível ao vínculo físico (4.6) estando seu espaço de fase limitado pela condição (4.16). Note que existe uma pequena região do espaço de fase para a qual a condição de subdominância é violada. Esse efeito pode ser atribuído à falta de sensibilidade dos dados para detectarem pequenas flutuações em torno da densidade limiar de subdominância.

4.4 Outros Modelos $w(t)$ CDM

Além dos modelos estudados até aqui, há ainda uma enorme variedade de outros modelos concorrentes. Embora a forma com que a equação de estado da energia escura é parametrizada pareça completamente arbitrária, é interessante notar que em sua grande maioria essas parametrizações têm alguma motivação física e algum apelo estético. Uma lista incompleta de modelos paramétricos encontrados na literatura é dada na Tabela 4.1.

w	Referência
$\frac{w_0}{1+z}$	[77]
$\frac{w_0}{1+z} \exp \frac{z}{1+z}$	[77]
$w_0 + w'_0 \frac{z}{(1+z)^2}$	[78]
$\frac{w_0}{[1+b \ln(1+z)]^2}$	[79]
$w_0 + w'_0(1 - a^b)$	[80]
$w_f + \frac{\Delta w a_t^{1/\tau}}{a_t^{1/\tau} + a^{1/\tau}}$	[80]
$w_f w_i \frac{a^l + a_t^l}{w_i a^l + w_f a_t^l}$	[81]
$w_r \frac{w_0 a^l + a_t^l}{a^l + a_t^l}$	[82]

Tabela 4.1: Algumas outras parametrizações interessantes estudadas na literatura.

No que se segue faremos uma breve discussão da segunda parametrização da Ref. [77], da parametrização da Ref. [79] e da parametrização da Ref. [81]. Nós acreditamos que estas três parametrizações junto com as apresentadas anteriormente, capturam, se não toda, uma boa parte da essência da maioria dos modelos disponíveis atualmente, de forma que os ensinamentos tirados delas podem se aplicar a muitos outros modelos.

4.4.1 Parametrização de Gong-Zhang

Dois modelos dinâmicos de energia escura descritos por um único parâmetro foram dados por Gong e Zhang em [77]. Aqui, nos restringiremos apenas à discussão daquele fisicamente mais bem motivado:

$$w(z) = \frac{w_0}{1+z} \exp\left(\frac{z}{1+z}\right). \quad (4.18)$$

Para $w(z)$ dado por (4.18), a densidade de energia escura evolui de acordo com

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee,0}(1+z)^3 \exp [3w_0(e^{z/1+z} - 1)]. \quad (4.19)$$

Em tempos remotos, $z \gg 1$, $w(z) \rightarrow 0$ e $\rho_{ee}(z) \approx \rho_{ee,0}e^{3w_0(e-1)}(1+z)^3$. No futuro distante, $z \rightarrow -1$, $w(z) \rightarrow 0$ e $\rho_{ee}(z) \approx \rho_{ee,0}e^{-3w_0}(1+z)^3$. Uma característica extremamente atraente deste modelo é que, no passado, a energia escura evolui como matéria, de forma que este modelo pode ser tratado tanto como um modelo de energia escura quanto como um modelo de unificação de matéria e energia escuras. Este comportamento garante, pelo menos a princípio, a empregabilidade de (4.18) ao longo de toda a história do universo. Um aspecto interessante deste modelo é que, ao adotá-lo, estamos automaticamente excluindo a possibilidade de a aceleração do universo ser causada por uma constante cosmológica, uma vez que (4.18) não possui tal limite e, portanto, não pode ter a densidade de energia do vácuo como caso particular. No entanto, é importante notar que (4.18) é uma função limitada e, portanto, pode ter sua origem num campo escalar dinâmico o que ameniza o fato de a constante cosmológica ter sido descartada a priori.

A Figura 4.4 mostra as restrições no espaço paramétrico $w_0 - \Omega_{m,0}$ em 1σ e 2σ para a combinação U2+ \mathcal{A} (esquerda) e U2 + \mathcal{A} + \mathcal{R} (direita). O melhor ajuste ocorre, respectivamente, para $(\Omega_{m,0}, w_0) = (0.27, -1.03)$ e $(\Omega_{m,0}, w_0) = (0.27, -1.02)$. Achamos que em 95.4% os parâmetros $\Omega_{m,0}$ e w_0 encontram-se, respectivamente, nos intervalos $0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.31$ e $-1.17 \leq w_0 \leq -0.91$ (SN+BAO) e $0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.3$ e $-1.13 \leq w_0 \leq -0.92$ (SN+BAO+RCF).

4.4.2 Parametrização de Wetterich

Wetterich [79] propôs o seguinte modelo para $w(z)$,

$$w(z) = \frac{w_0}{[1 + b \ln(1+z)]^2}. \quad (4.20)$$

Neste modelo, a dependência temporal está codificada no parâmetro b , o qual está relacionado à quantidade de energia escura presente no universo em tempos remotos ($\Omega_{ee,\infty}$) por

$$b = -3w_0 \left(\ln \frac{1 - \Omega_{ee,\infty}}{\Omega_{ee,\infty}} + \ln \frac{\Omega_{ee,0}}{1 - \Omega_{ee,0}} \right)^{-1}. \quad (4.21)$$

A densidade de energia é pode ser escrita como

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee,0}(1+z)^{3+3w_0/[1+b \ln(1+z)]}. \quad (4.22)$$

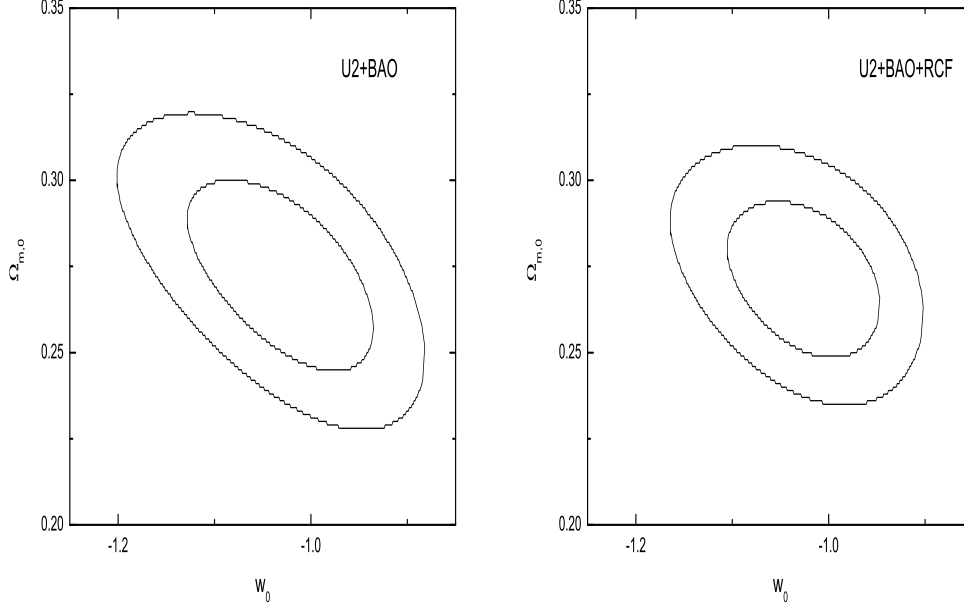


Figura 4.4: Parametrização de Gong-Zhang. *Esquerda*: regiões de confiança (68.3% e 95.4%) no plano $w_0 - \Omega_{m,0}$ para combinação U2+BAO. *Direita*: regiões de confiança (68.3% e 95.4%) no plano $w_0 - \Omega_{m,0}$ para combinação U2+BAO+RCF.

Neste caso, a condição de subdominância (4.6) conduz a dois vínculos físicos:

$$b > -\frac{1}{\ln(1+z)} \quad \text{se } z \gg 1 \quad \text{e} \quad (4.23)$$

$$b \leq -\frac{1}{\ln(1+z)} + 3\frac{w_0}{\ln[\Omega_{m,0}/(1-\Omega_{m,0})]} \quad \text{se } z \gg 1. \quad (4.24)$$

A Figura 4.5 mostra as restrições no espaço paramétrico $w_0 - w'_0$ em 1σ e 2σ para a combinação U2+ \mathcal{A} (esquerda) e U2+ \mathcal{A} + \mathcal{R} (direita). O melhor ajuste ocorre, respectivamente, para $(\Omega_{m,0}, w_0, w'_0) = (0.27, -1.01, 0.02)$ e $(\Omega_{m,0}, w_0, w'_0) = (0.28, -0.98, -0.27)$. Em 95.4%, os parâmetros $\Omega_{m,0}$, w_0 e w'_0 encontram-se, respectivamente, nos intervalos

$$0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.31, \quad -1.32 \leq w_0 \leq -0.79, \quad -0.65 \leq w'_0 \leq 0.93,$$

para a combinação SNe Ia + BAO e

$$0.24 \leq \Omega_{m,0} \leq 0.31, \quad -1.31 \leq w_0 \leq -0.85, \quad -0.2 \leq w'_0 \leq 0.71,$$

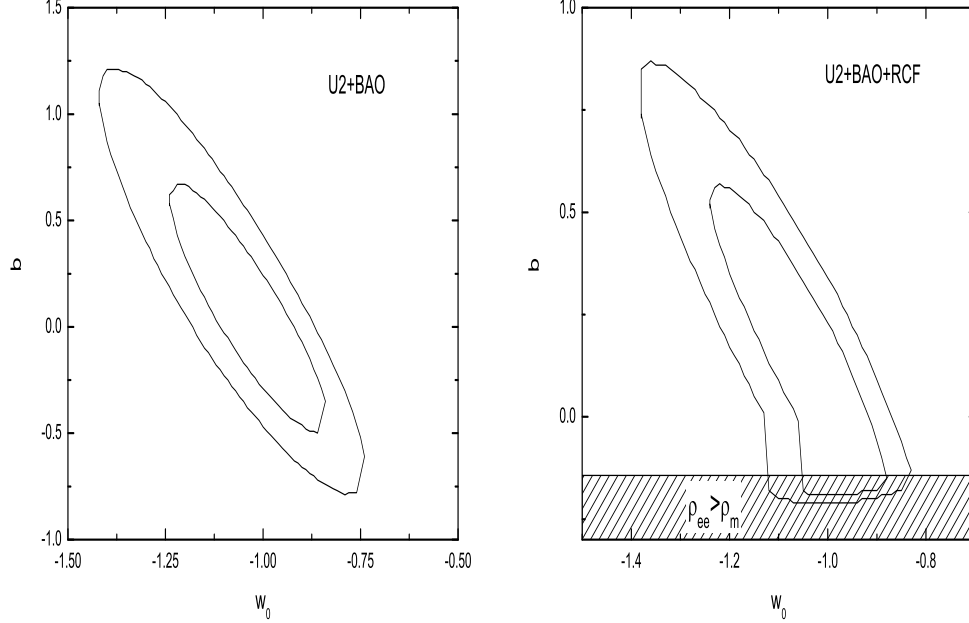


Figura 4.5: Parametrização de Wetterich. *Esquerda*: regiões de confiança (68.3% e 95.4%) no plano $w_0 - \Omega_{m,0}$ para combinação U2+BAO. *Direita*: regiões de confiança (68.3% e 95.4%) no plano $w_0 - \Omega_{m,0}$ para combinação U2+BAO+RCF.

para a análise envolvendo SNe Ia + BAO + RCF. A região hachurada denota a região delimitada pelo vínculo físico (4.23)². Um aspecto importante que devemos ressaltar é que, comparativamente aos modelos estudados anteriormente, a parametrização (4.20) é menos sensível ao vínculo (4.6).

4.4.3 Parametrização de Hannestad-Mörtsell

Em [81] Hannestad e Mörtsell propuseram o seguinte modelo envolvendo quatro parâmetros livres,

$$w(a) = w_f w_i \frac{a^l + a_t^l}{w_i a^l + w_f a_t^l}, \quad (4.25)$$

²O vínculo físico (4.24) é completamente satisfeito por (4.20).

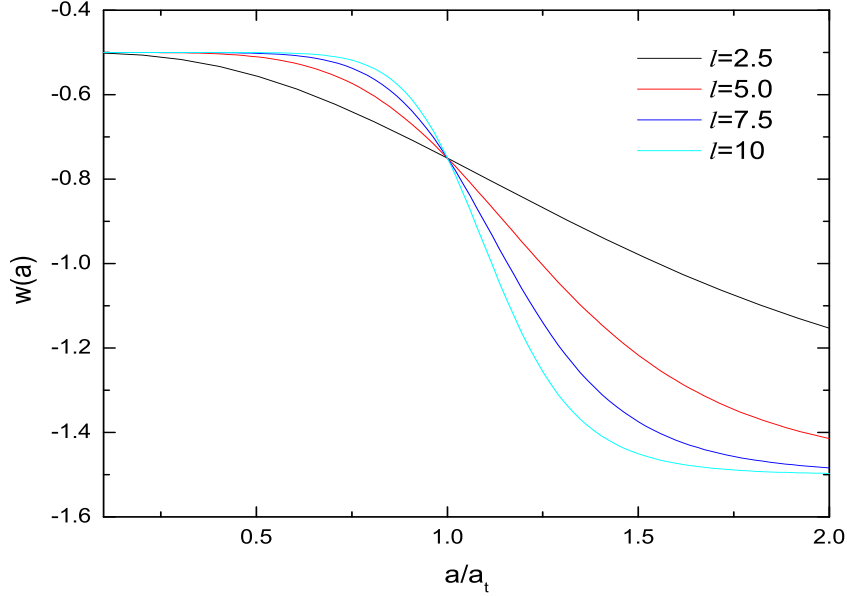


Figura 4.6: Parametrização de Hannestad-Mörtsell. $w(a)$ para diferentes valores de l . A transição é tanto mais lenta quanto menor for o valor de l .

onde a é o fator de escala normalizado ($a_0 = 1$), w_f e w_i descrevem o comportamento assintótico de w ,

$$w(z) \rightarrow \begin{cases} w_i & \text{quando } a \rightarrow 0 \\ w_f & \text{quando } a \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (4.26)$$

a_t é o valor do fator de escala na transição de w_i para w_f e l controla a largura da transição. Uma constante cosmológica é obtida para $l = 0$ e $w_f = -w_i/(1 + w_i)$. A principal motivação dos autores ao propor esta parametrização foi que, diferentemente da maioria dos modelos apresentados até aqui, os quais partem do pressuposto que a energia escura varia muito suavemente, ela é capaz de fornecer modelos de energia escura com transições muito rápidas. Note ainda que esta parametrização é limitada ao longo de toda história do universo podendo, portanto, ter sua origem num campo escalar dinâmico. A Figura 4.6 mostra a evolução de w como função do fator de escala para alguns valores de l . Note que quanto maior o valor de l mais rápido ocorre a transição de w_i para w_f .

Para (4.25) a densidade de energia é dada por

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee,0}(1+z)^{3(1+w_i)} \left(\frac{w_i + w_f a_t^p}{w_i a^p + w_f a_t^p} \right)^{3 \frac{w_f - w_i}{p}}. \quad (4.27)$$

A análise observacional deste modelo foi feita utilizando dados de SNe Ia, RCF e ELE. Os valores que melhor ajustam estes dados são: $\Omega_{m,0} = 0.38$, $w_i = -0.4$, $w_f = -1.8$, $a_t = 0.5$ e $l = 3.41$. Embora este modelo tenha características interessantes que não estão presentes na maioria das parametrizações que foram apresentadas anteriormente, seu principal defeito é o número excessivo de parâmetros, o que torna o espaço paramétrico completamente degenerado, sendo muito difícil impor vínculos com alguma significância sobre os parâmetros livres do modelo.

Capítulo 5

Parametrização Generalizada

A equação de estado da energia escura, $w(z) \equiv p/\rho$, tornou-se uma das quantidades físicas mais investigadas da cosmologia atualmente. A razão disto é que, se por algum princípio fundamental ou resultado observacional w for constante e exatamente igual a -1 , então há uma grande probabilidade de que a energia escura tenha sua origem na densidade de energia do vácuo. Por outro lado, se um valor $w(z) \neq -1$ for encontrado com alguma significância estatística, então é possível não apenas excluir uma constante cosmológica Λ mas também atribuir a aceleração cósmica a um campo escalar dinâmico ϕ .

No Capítulo anterior, foram apresentadas algumas parametrizações específicas de $w(z)$. Se nos limitarmos apenas à discussão de expansões de primeira ordem, as quais permitem uma comparação mais direta do seu espaço paramétrico com os dados observacionais, podemos observar que a forma do espaço de fase $w_0 - w'_0$ depende essencialmente da função $x(z)$ escolhida para expandir $w(z)$. Isto significa que as informações obtidas sobre a dinâmica da energia escura, particularmente os vínculos observacionais sobre os parâmetros que codificam a dependência temporal da equação de estado, dependem fundamentalmente do modelo em consideração.

Em princípio, para verificar a validade de um modelo ou de uma teoria, é interessante, por diversos motivos, inserí-lo em um quadro mais geral. Isto não apenas traz à tona novas soluções, como também pode fornecer um teste de consistência mais preciso para o modelo original. Neste Capítulo, nós consideraremos uma nova parametrização para equação de estado da energia escura, a qual é caracterizada pela constante adimensional β . Nos limites $\beta \rightarrow (-1, 0, +1)$, esta nova equação de estado recai nas parametrizações linear (Eq. (4.5)), logarítmica (Eq. (4.10)) e CPL (Eq. (4.14)), respectivamente, enquanto que $\forall \beta \neq (-1, 0, +1)$ ela admite um domínio muito maior de soluções. Dentre estas soluções, muitos dos diferentes modelos cosmológicos que vêm sendo propostos para explicar a energia escura, assim como novos

modelos, podem ser incorporados na forma funcional proposta aqui. Tal flexibilidade e generalidade são importantes não apenas por aumentar o número de possibilidades a serem testadas mas também porque, em princípio, ela pode reduzir a possibilidade de resultados errados que uma parametrização incorreta pode produzir.

5.1 Parametrização

Aqui, nós propomos a seguinte forma para equação de estado da energia escura [83]

$$\begin{aligned} w(a) &= w_0 - w'_0 \frac{a^\beta - 1}{\beta} \\ &= w_0 - w'_0 \frac{(1+z)^{-\beta} - 1}{\beta}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

É fácil mostrar que para $\beta = -1, 0$ e 1 esta parametrização recai, respectivamente, nas parametrizações linear, logarítmica e CPL, i.e.,

$$w(z) = \begin{cases} w_0 + w'_0 z & \text{se } \beta = -1 \quad (4.5) \quad \text{P1;} \\ w_0 + w'_0 \ln(1+z) & \text{se } \beta \rightarrow 0 \quad (4.14) \quad \text{P2;} \\ w_0 + w'_0 z/(1+z) & \text{se } \beta = 1 \quad (4.10) \quad \text{P3,} \end{cases}$$

onde usamos a igualdade $\ln x = \lim_{\xi \rightarrow 0} (x^\xi - 1)/\xi$ para obter o limite para (4.14). Como podemos ver, a introdução do parâmetro β é equivalente a inserir as parametrizações (4.5), (4.10) e (4.14) em uma classe mais geral que admite um intervalo muito maior de soluções cosmológicas.

Para a parametrização (5.1) a densidade de energia é dada por

$$\rho_{ee}(a) = \rho_{ee,0} a^{-3(1+w_0+w'_0/\beta)} \exp \left[\frac{3w'_0}{\beta} \left(\frac{a^\beta - 1}{\beta} \right) \right]. \quad (5.2)$$

Podemos verificar que (5.2) é consistente com os casos particulares mencionados acima, i.e.,

$$\rho_{ee}(a) = \begin{cases} \rho_{ee,0} a^{-3(1+w_0-w'_0)} \exp \left[3w'_0 \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \right] & \text{se } \beta = -1 \quad (4.7); \\ \rho_{ee,0} a^{-3[1+w_0-(w'_0/2) \ln a]} & \text{se } \beta \rightarrow 0 \quad (4.15); \\ \rho_{ee,0} a^{-3(1+w_0+w'_0)} \exp \left[3w'_0 (a - 1) \right] & \text{se } \beta = 1 \quad (4.11). \end{cases}$$

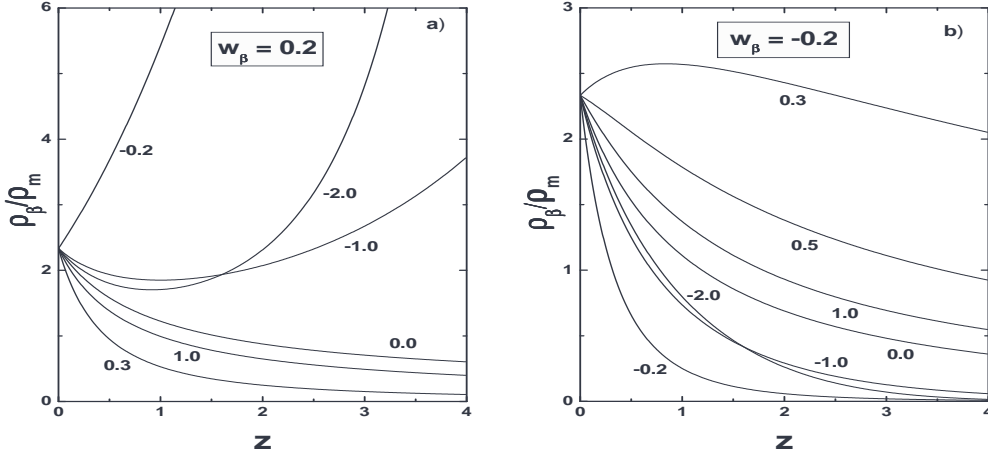


Figura 5.1: **a)** Razão ρ_{ee}/ρ_m como função de z para $w_0 = -1.0$, $w'_0 = 0.2$ e $\rho_{\beta,0}^0/\rho_m^0 \simeq 2.33$. O valor de β é exibido abaixo da curva correspondente. Note que a classe de modelos com $\beta < 0$ apresenta um comportamento indesejável em altos- z , de acordo com Eq. (5.2). **b)** O mesmo que na Figura 1a para $w'_0 = -0.2$. Neste caso, a contribuição da energia escura para valores negativos de β torna-se desprezível para $z > 4$.

A aplicação da condição de subdominância (4.6) à (5.2) é complicada pelo parâmetro adicional β . No entanto, olhando diretamente para (5.2) algumas relações interessantes entre os parâmetros w_0 , w'_0 e β podem ser obtidas:

1. $\beta > 0$: Em tempos remotos ($z \gg 1$), a energia escura é a componente subdominante se $w_0 + w'_0/\beta \leq 0$ para qualquer valor de w'_0 .
2. $\beta < 0$ e $w'_0 > 0$: A energia escura sempre domina sobre as outras componentes para $z \gg 1$.
3. $\beta < 0$ e $w'_0 < 0$: A densidade de energia escura vai a zero para $z \gg 1$.

Para visualizar melhor os casos discutidos acima, nós mostramos nas Figuras 5.1a e 5.1b a razão ρ_{ee}/ρ_m como função de z para alguns valores de β , $w_0 = -1$ e $\rho_{ee,0}/\rho_{m,0} \simeq 2.33$. Dois valores simétricos de w'_0 são considerados, 0.2 (Fig. 1a) and -0.2 (Fig. 1b) e o correspondente valor de β é exibido diretamente abaixo da curva. Nós observamos que, para estas combinações particulares de w_0 e w'_0 , quase o intervalo inteiro de soluções $\beta \geq 0$ (o qual inclui (4.14) e (4.10)) é bem comportado. Como esperado, para $w'_0 = 0.2$ ($w'_0 > 0$ em geral) a classe $\beta < 0$ apresenta um comportamento indesejável

devido ao termo exponencial na Eq. (5.2)¹.

Além dos casos mencionados acima, é ainda importante notar que (5.1) é flexível o suficiente para incorporar outros cenários de energia escura. Por exemplo, modelos bem aproximados por (4.10) com $w'_0 = \text{const.}(1 + w_0)$, tais como o potencial linear

$$V(\phi) = V_0 + (\phi - \phi_0)V'_0 \quad (5.3)$$

estudado em [84, 85] e o modelo *miragem* de Λ da Ref. [86], claramente devem ser bem aproximados por (5.1), visto que (4.10) é um caso particular de (5.1). O mesmo se aplica aos modelos bem aproximados por (4.14). Além destas generalizações óbvias, (5.1) pode incorporar a dinâmica do Pseudo-Nambu-Goldstone Bóson (PNGB) [87], cujo potencial

$$V(\phi) \propto 1 + \cos(\phi/f) \quad (5.4)$$

pode ser descrito por uma equação de estado do tipo

$$w(a) = -1 + (1 + w_0)a^F, \quad (5.5)$$

onde F está inversamente relacionado à escala de simetria f [88]. A equação de estado (5.5) pode ser incorporada em (5.1) redefinindo $w'_0 = -\beta(1 + w_0)$. A classe de modelos estudada na Ref. [89], cuja equação de estado é dada por

$$w(a) = -1 + \lambda a^{2\alpha}, \quad (5.6)$$

também pode ser identificada a (5.1) redefinindo $\lambda = w'_0/\beta$ e impondo o vínculo $w_0 - w'_0/\beta = -1$ (veja as Refs. [88, 80] para uma análise completa de vários modelos discutidos aqui e outros que podem potencialmente ser descritos ou aproximados por (5.1))².

¹Note que, embora bem comportado no passado, (4.10) diverge exponencialmente no futuro quando $z \rightarrow -1$ para $w'_0 > 0$. Em geral, para $\beta > 0$ e $w'_0 < 0$, $\rho_{ee,0} \rightarrow 0$ quando $z \rightarrow -1$.

²Note que generalizações triviais de P1 - P3 podem ser incorporadas em (5.1). Tome-mos por exemplo, o caso do modelo $w(a) = w_0 + w'_0(1 - a^b)$ discutido na Ref. [80], o qual claramente é um caso particular de (5.1) quando $w'_0 \rightarrow \beta w'_0$.

5.2 Aspectos Observacionais

5.2.1 Época de transição desaceleração/aceleração

Para estudar a influência do parâmetro β sobre a época da aceleração cósmica, basta fazer $\ddot{a}/a = 0$, ou seja,

$$\begin{aligned}
0 &= \rho + 3p \\
&= \rho_m(z_t) + [1 + 3w(z_t)]\rho_{ee}(z_t) \\
&= \rho_{m,0}(1+z_t)^3 + \left\{ 1 + 3\left[w_0 + w'_0 \frac{(1+z_t)^{-\beta} - 1}{\beta} \right] \right\} \times \\
&\quad \times \rho_{ee,0}(1+z_t)^{3(1+w_0+w'_0/\beta)} \exp \left[3w'_0 \frac{(1+z_t)^{-\beta} - 1}{\beta} \right], \quad (5.7)
\end{aligned}$$

onde o *redshift* no qual o universo passa da fase desacelerada para a fase acelerada, z_t , é a raiz da equação transcendente (5.7). É fácil verificar que para $w_0 = -1$ e $w'_0 = 0$, a Eq. (5.7) recai na expressão $1 + z_t = [2(1 - \Omega_m^0)/\Omega_m^0]^{1/3}$, a qual fornece o valor de z_t para o modelo Λ CDM.

A Figura 5.2 mostra o *redshift* de transição z_t como função de β [Eq. (5.7)] para $w_0 = -1$ e $\Omega_m^0 = 0.3$. Quatro casos são mostrados: dois para valores positivos de w'_0 (0.5 e 1.0) e dois para $w'_0 < 0$ (-0.5 e -1.0). Note que, quanto mais negativo (positivo) o valor de β , menor (maior) é o *redshift* de transição para valores negativos (positivos) w'_0 . As linhas horizontais representam o intervalo $0.49 \leq z_t \leq 0.88$, o qual corresponde a $\pm 1\sigma$ do valor de z_t dado em Ref. [90].

5.2.2 Análise Estatística

A introdução do parâmetro β abre a possibilidade para uma ampla gama de novas soluções cosmológicas para diferentes combinações dos parâmetros w_0 , w'_0 and β . Nesta seção, investigaremos os vínculos observacionais sobre os espaços paramétricos $w_0 - \beta$, $w'_0 - \beta$ and $w_0 - w'_0 - \beta$ a partir de uma análise estatística envolvendo quatro classes de observações cosmológicas: SNe Ia, RCF \mathcal{R} , BAO \mathcal{A} e medidas de $H(z)$. Os dados de supernovas utilizados em nossa análise são as 397 medidas do módulo de distância da compilação Constitution [32]. Esta amostra de SN Ia cobre um intervalo de *redshifts* de $z = 0.015$ to $z = 1.551$, incluindo 139 SNe Ia a $z < 0.08$.

Como foi mencionado no início do capítulo anterior, a introdução de um parâmetro extra à equação de estado da energia escura tem o seu preço: as restrições sobre os parâmetros livres tornam-se mais fracas, i.e., o espaço paramétrico torna-se mais degenerado. Isto ocorre em parte porque a quantidade de dados disponíveis ainda não é numerosa o suficiente para fazer uma

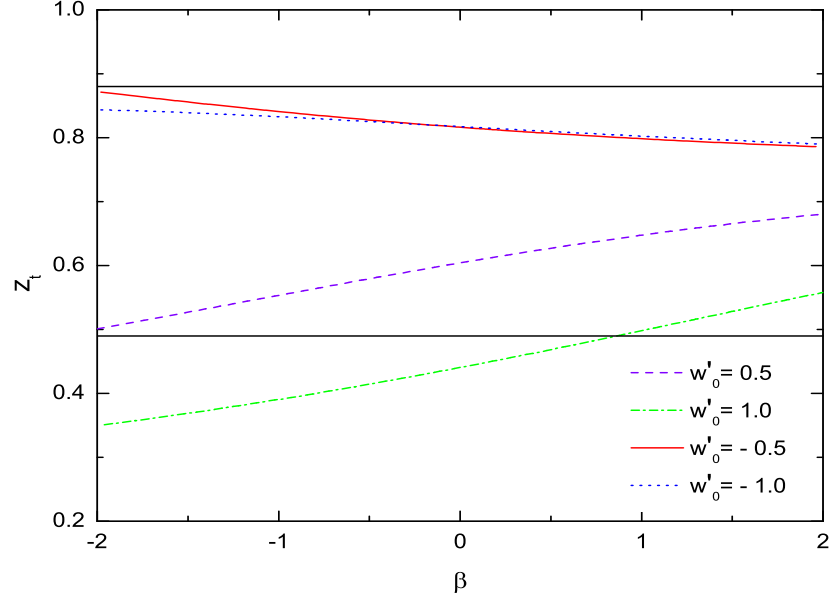


Figura 5.2: Influência do parâmetro β sobre o *redshift* de transição z_t . As curvas foram obtidas para os valores $w_0 = -1.0$ e $\Omega_m^0 = 0.3$. As linhas horizontais sólidas correspondem ao intervalo $0.49 \leq z_t \leq 0.88$, o qual corresponde a $\pm 1\sigma$ do valor de z_t estimado na Ref. [90].

análise estatística mais robusta e em parte por que as medidas disponíveis ainda não têm a precisão necessária para fornecer determinações precisas sobre os parâmetros livres de um dado modelo.

Medidas de $H(z)$

Para ajudar a diminuir a degenerescência entre os parâmetros w_0 , w'_0 e β nós também usamos as 9 determinações do parâmetro de Hubble como função do *redshift* (Tabela 5.1), como obtido na Ref. [91]. O uso destes dados para impor restrições a modelos cosmológicos parece ser interessante por que, diferentemente de medidas de distâncias, o parâmetro de Hubble não é integrado e representa uma medida direta do conteúdo energético do universo.

Uma vez que $a_0/a = 1 + z$, o parâmetro de Hubble pode ser escrito como

$$H(z) = \frac{\dot{a}}{a} = -\frac{1}{1+z}\dot{z} \quad (5.8)$$

z	$H(z)$	σ_H
0.09	69	12
0.17	83	8.3
0.27	70	14
0.4	87	17.4
0.88	117	23.4
1.3	168	13.4
1.43	177	14.2
1.53	140	14
1.75	202	40.4

Tabela 5.1: Medidas do parâmetro de Hubble em diferentes redshifts obtidas por Simon et. al na Referência [91].

de modo que H pode ser obtido se conseguirmos medir \dot{z} . Para obter \dot{z} é necessário que se faça um levantamento com medidas precisas do *redshift* de galáxias. A ideia básica é que se duas galáxias muito próximas no *redshift* têm suas idades determinadas com alguma precisão, então é possível aproximar \dot{z} por $\Delta z/\Delta T$, onde Δz é a diferença em seus redshifts e ΔT a diferença em suas idades. A parte mais difícil deste trabalho é a obtenção de medidas precisas da idade de galáxias.

Em galáxias que evoluem passivamente, a taxa de formação estelar é baixa e suas idades podem ser determinadas com uma boa precisão. Estas galáxias são dominadas pela luz de estrelas vermelhas velhas da sequência principal. A evolução dessas estrelas é um processo razoavelmente bem entendido pelos astrofísicos e sua metalicidade pode ser simulada em computadores. Visto que o espectro de galáxias depende principalmente da metalicidade e da idade, o espectro simulado pode ser comparado com o observado e a idade da galáxia pode ser estimada. Obviamente, as estrelas da galáxia não possuem a mesma metalicidade, o que acaba introduzindo um erro estatístico na idade de 0.1×10^9 anos (para detalhes veja [92]).

Portanto, na análise estatística realizada aqui, nós minimizamos a função

$$\chi^2 = \chi_{\text{SNe}}^2 + \chi_{\text{CMB}}^2 + \chi_{\text{BAO}}^2 + \chi_{H(z)}^2 \quad (5.9)$$

a qual leva em conta todos os conjuntos de dados discutidos até aqui.

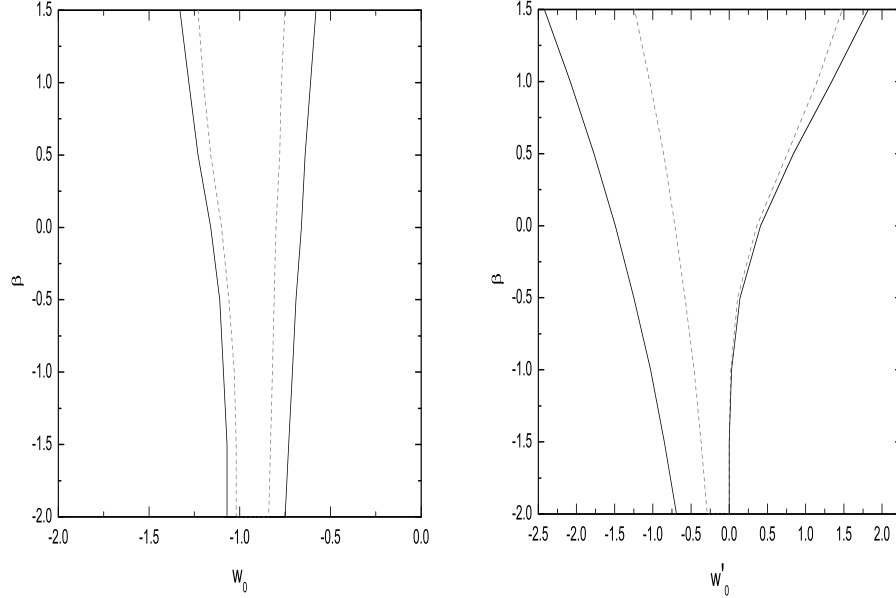


Figura 5.3: Contornos de χ^2 no plano $w_0 - \beta$ (esquerda) e $w'_0 - \beta$ (direita). Os contornos representam $\Delta\chi^2 = 2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2 = 6.17$ (2σ). No plano da direita, vemos claramente que os dados observacionais são compatíveis com a classe de modelos $\beta < 0$ predominantemente para valores de $w'_0 < 0$.

5.2.3 Resultados

A Figura 5.3 mostra os espaços paramétricos $w_0 - \beta$ (esquerda) e $w'_0 - \beta$ (direita) que surgem da análise conjunta descrita acima. Como esperado, podemos ver que, similarmente ao que acontece com a maioria das parametrizações dependentes do tempo, os vínculos observacionais sobre w'_0 and β são muito fracos. Como podemos ver na figura da direita, para valores negativos de β , o vínculo físico (4.6) se manifesta fortemente limitando w'_0 a valores negativos excluindo a possibilidade de a energia escura ditar a dinâmica do universo em tempos muito remotos.

O espaço paramétrico tridimensional, $w_0 - w'_0 - \beta$, é mostrado na Figura 5.4. Os contornos correspondem a $\Delta\chi^2 = 3.53$ e $\Delta\chi^2 = 8.02$ (representando, respectivamente, 1σ e 2σ para 3 parâmetros). Para a combinação de dados discutida acima, o melhor ajuste ocorre para os valores de $w_0 \simeq -1.0$, $w'_0 \simeq 0.28$ e $\beta \simeq 0.1$ com $\chi^2_\nu \simeq 1.17$ ($\chi^2_\nu \equiv \chi^2_{min}/\nu$ onde ν representa o número de graus de liberdade). Nós notamos que, quando o teste RCF \mathcal{R}

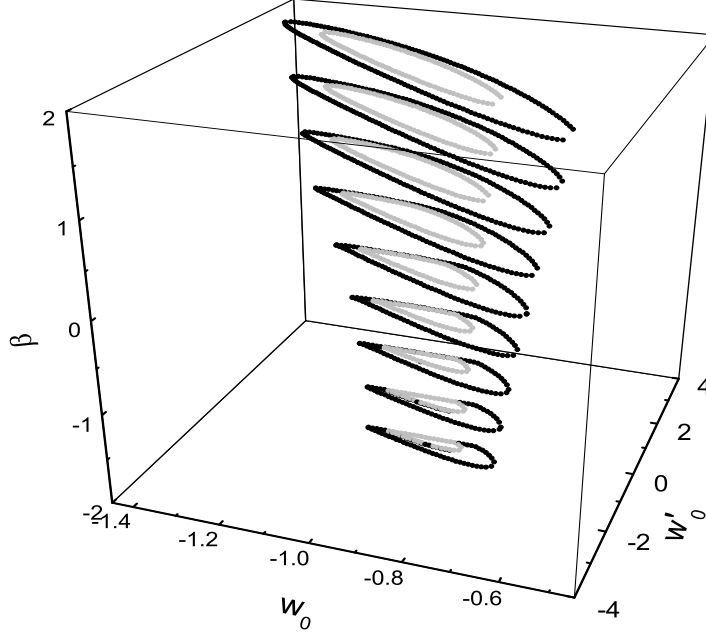


Figura 5.4: Espaço tridimensional $w_0 - w_\beta - \beta$ obtido dos dados de SNe Ia, BAO, RCF e $H(z)$. Os contornos correspondem a $\Delta\chi^2 = 3.53$ (1σ) e 8.02 (2σ). O melhor ajuste ocorre para os valores $w_0 \simeq -1.0$, $w_\beta \simeq 0.28$ e $\beta \simeq 0.1$ com $\chi_\nu^2 \simeq 1.17$.

não é considerado na análise, isto é, apenas SNe Ia, BAO \mathcal{A} e $H(z)$ são levados em conta, o melhor ajuste para β é consideravelmente modificado, a saber, $\beta \simeq -3.04$ ($w_0 \simeq -0.98$, $w'_0 \simeq 0.1$). Esta diferença nos resultados com e sem o parâmetro \mathcal{R} está de acordo com os resultados apresentados no capítulo anterior.

Dos resultados apresentados acima, podemos concluir que há uma família de soluções $\beta \geq 0$ (a qual obviamente inclui os casos $\beta = 0$ (4.5) e $\beta = 1$ (4.10)) cujo comportamento parece ser compatível com as observações cosmológicas atuais. Embora uma estimativa razoavelmente precisa de β (assim como de w'_0) não possa ser extraída dos dados atualmente disponíveis, nós acreditamos que a próxima geração de experimentos dedicados a este assunto (principalmente SNe Ia a altos *redshifts*, oscilações acústicas da matéria bariônica e lentes gravitacionais fracas [93]) darão à cosmologia precisão suficiente para decidir qual (se existir algum) intervalo dos parâmetros β e w'_0 é privilegiado do ponto de vista observacional.

5.3 Investigações Futuras

Um caso especial, particularmente interessante, de (5.1) é obtido, para o caso em que $\beta > 0$, quando impomos o vínculo $w(a = 0) = 0$ a (5.1). Em tal situação, β se relaciona com os outros dois parâmetros livres através da equação:

$$\beta = -\frac{w'_0}{w_0}. \quad (5.10)$$

Assim, (5.1) e (5.2) são dados, respectivamente, por

$$w = w_0 a^{-w'_0/w_0} \quad (5.11)$$

e

$$\rho_{ee} = \rho_{ee,0} a^{-3} \exp \left[3 \frac{w_0^2}{w'_0} (a^{-w'_0/w_0} - 1) \right]. \quad (5.12)$$

Para $a \ll 1$,

$$\rho_{ee} = \rho_{ee,0} a^{-3} e^{-3 \frac{w_0^2}{w'_0}}, \quad (5.13)$$

ou seja, ρ_{ee} evolui da mesma forma que a matéria no passado, de forma que (5.12) pode ser pensada como uma quarta-essência, i.e, um cenário de unificação entre matéria escura e energia escura. Ainda, quando $a \rightarrow 1$, $(a^{-w'_0/w_0} - 1) \rightarrow 0$ de modo que

$$\begin{aligned} \rho_{ee} = & \rho_{ee,0} a^{-3} \left[1 + 3 \frac{w_0^2}{w'_0} (a^{-w'_0/w_0} - 1) + \right. \\ & \left. + 9 \frac{w_0^4}{w_0'^2} (a^{-w'_0/w_0} - 1)^2 + \dots \right] \text{ se } a \approx 1. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Truncando a série acima em primeira ordem e rearranjando os termos, temos que

$$\rho_{ee} \approx \rho_{ee,0} \left[\left(1 - 3 \frac{w_0^2}{w'_0} \right) a^{-3} + 3 \frac{w_0^2}{w'_0} a^{-3-w'_0/w_0} \right]. \quad (5.15)$$

Esta equação pode ser dividida em dois termos, um que evolui de acordo com a matéria $\rho_{ee}^1 \propto a^{-3}$ e um segundo que evolui de acordo com $\rho_{ee}^2 \propto a^{-3-w'_0/w_0}$. Visto que $w'_0 > 0$ ($\beta > 0$), o expoente do segundo termo é maior que -3 . A equação (5.15) lembra um pouco a lei de evolução para a densidade de energia escura que surge do acoplamento entre matéria escura e energia escura estudado na ref. [94]. Duas situações interessantes ocorrem quando $w'_0 = 3w_0^2$ e $w'_0 = -3w_0$. Para $w'_0 = 3w_0^2$, (5.15) evolui como

$$\rho_{ee} \approx \rho_{ee,0} a^{-3(1+w_0)}, \quad (5.16)$$

i.e., ρ_{ee} segue uma lei de evolução de matéria no passado e uma lei de evolução de uma quinta-essência com $w = cte.$ atualmente. Para $w'_0 = -3w_0$, (5.15) torna-se

$$\rho_{ee} \approx \rho_{ee,0}[(1 + w_0)a^{-3} - w_0], \quad (5.17)$$

ou seja, ρ_{ee} possui uma parte que evolui como matéria e uma parte constante atualmente. Se levamos em conta que $w_0 \approx -1$ vemos que (5.17) tem o mesmo efeito que uma constante cosmológica. Estes dois casos particulares refletem as possíveis vantagens de tratar (5.12) como quarta-essência. Por exemplo um dos modelos de quarta-essência mais estudados na literatura atualmente, o gás de Chapligyn (simples ou generalizado) [95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103], é capaz de recuperar apenas uma constante cosmológica atualmente ao contrário de (5.12) que além de uma constante cosmológica, pode nos dar uma equação de estado constante e outras variedade de energia escura, dependendo da combinação dos parâmetros w_0 e w'_0 . É interessante notar ainda que isto não é feito às custas da introdução de mais parâmetros, visto que (5.12) possui o mesmo número de parâmetros livres que o gás de Chapligyn generalizado.

Outra quantidade importante no estudo de modelos de quarta-essência é a velocidade do som c_s . Para uma equação de estado barotrópica arbitrária $p_{ee} = w(\rho_{ee})\rho_{ee}$, temos

$$c_s \equiv \frac{\partial p_{ee}}{\partial \rho_{ee}} = w + \rho_{ee} \frac{dw}{d\rho_{ee}}. \quad (5.18)$$

Tomando o logaritmo de (5.12) obtemos

$$\begin{aligned} \ln \rho_{ee} &= \ln \rho_{ee,0} - 3 \ln a + 3 \frac{w_0^2}{w'_0} (a^{-w'_0/w_0} - 1) \\ &= \ln \rho_{ee,0} - 3 \ln a + 3 \frac{w_0}{w'_0} (w - w_0). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Derivando ambos os lados desta equação em relação a ρ_{ee} encontramos

$$\frac{1}{\rho_{ee}} = -\frac{3}{a} \frac{da}{d\rho_{ee}} + 3 \frac{w_0}{w'_0} \frac{dw}{d\rho_{ee}}$$

donde,

$$\frac{dw}{d\rho_{ee}} = 3 \frac{w_0}{w'_0} \left(\frac{1}{\rho_{ee}} + \frac{3}{a} \frac{da}{d\rho_{ee}} \right) \quad (5.20)$$

e, da equação de continuidade (2.36), temos que

$$\frac{da}{d\rho_{ee}} = -\frac{1}{3} \frac{a}{(1+w)\rho_{ee}}. \quad (5.21)$$

Finalmente, substituindo (5.21) em (5.20) e (5.20) em (5.18) encontramos

$$c_s^2 = \left(1 + \frac{w'_0}{3w_0} \frac{w}{1+w}\right)w. \quad (5.22)$$

Durante a época em que a densidade de energia escura segue a lei de evolução da matéria ($a \ll 1$, $w \approx 0$), $c_s \approx 0$. Visto que (5.11) é uma lei de potência, w será aproximadamente igual a zero apenas se w_0 for um número próximo de zero. O fato de $c_s \approx 0$ é particularmente importante, visto que valores de c_s diferentes de zero podem produzir oscilações não físicas ou divergências no espectro de potência da matéria [104, 105, 106].

Os testes observacionais deste modelo serão realizados em uma análise futura. É importante mencionar que no caso de modelos de quarta-essência os testes de fundo (SNs Ia, RCF \mathcal{R} e BAO \mathcal{A}) não são os mais importantes. Modelos que encontram-se em excelente acordo com estas observações falham vergonhosamente quando utilizados para reproduzir as perturbações no espectro de potências da matéria. Assim, além dos testes de fundo, que sem dúvida alguma são importantes, quando analisarmos o modelo exposto nesta seção observacionalmente, nosso objetivo principal será estudá-lo perturbativamente (veja as Refs. [107, 108, 109, 110]).

Capítulo 6

Um Modelo Paramétrico para Classificação da Energia Escura

Até aqui, nós estudamos uma série de parametrizações para a equação de estado da energia escura. O ponto comum entre elas é que o melhor ajuste para os dados observacionais ocorre para $w'_0 \neq 0$ sugerindo que a equação de estado da energia escura, w , é uma função do tempo. Embora a maioria destas parametrizações nos permitam investigar a dependência temporal w , elas falham em nos dar uma resposta sobre a natureza da energia escura. Se $w \neq cte.$, o candidato mais natural e mais bem motivado fisicamente à energia escura é um campo escalar de quinta-essência.

Ao analisarmos as parametrizações apresentadas nos capítulos anteriores, vemos que, à exceção da parametrização de Gong-Zhang, a qual pressupõe que w é sempre dependente do tempo, nenhuma das outras parametrizações pode ter sua origem num campo escalar visto que não são funções limitadas de z durante toda história do Universo $z \in [-1, \infty[$ e portanto em algum momento (passado ou futuro) da história do universo w encontra-se fora do limite imposto por um campo escalar $-1 \leq w \leq 1$. Contudo, uma vez que a dominância da energia escura é um fenômeno recente, este aspecto particular pode não ser tão relevante já que é sempre possível obter, de forma aproximada, um comportamento do tipo quinta-essência para valores não muito grandes de z . Ainda assim, é possível que as informações obtidas sobre a natureza da energia escura que podem ser extraídas destas parametrizações possam de alguma forma estar comprometidas. Assim, para evitar as incertezas e ambiguidades que podem estar contidas nestas parametrizações, é desejável uma parametrização que possa ser estendida a toda a história do Universo, de forma que vínculos oriundos de um campo escalar possam também ser aplicados.

Neste capítulo, nós investigaremos as consequências cosmológicas de uma

parametrização para a equação de estado da energia escura cujo domínio de aplicabilidade é estendido a toda a história do universo. Esta parametrização permite dividir o espaço paramétrico em regiões que estão associadas a diferentes classes de energia escura, permitindo determinar a natureza da energia escura de acordo com a região do espaço paramétrico que é favorecida pelas observações.

6.1 Parametrização

Neste Capítulo, estudaremos a seguinte parametrização para a equação de estado da energia escura [111]:

$$w(z) = w_0 + w'_0 \frac{z(1+z)}{1+z^2}, \quad (6.1)$$

onde w_0 e $w'_0 = dw/dz|_{z=0}$ são, respectivamente, os valores da equação de estado e sua derivada hoje. Como nos casos estudados anteriormente, w'_0 quantifica a dependência temporal da energia escura. É fácil ver que esta parametrização tem o mesmo comportamento linear em z para baixos redshifts apresentado pelas parametrizações baseadas em séries de potências discutidas anteriormente. Contudo, como veremos, uma vantagem de (6.1) sobre estas parametrizações é o fato dela ser uma função limitada de z durante toda a história do universo.

Para o elemento de linha de Friedmann-Robertson-Walker, é fácil mostrar a partir da equação de continuidade para cada componente, $\dot{\rho}_i = 3\rho_i \dot{z}[1 + w_i(z)]/(1+z)$, que a densidade de energia escura ρ_{ee} para a parametrização (6.1) evolui como

$$\rho_{ee} = \rho_{ee,0}(1+z)^{3(1+w_0)}(1+z^2)^{3w'_0/2}. \quad (6.2)$$

Aqui, a condição de subdominância (4.6) se traduz em

$$\begin{aligned} w'_0 &\leq \frac{2 \ln[\Omega_{m,0}/(1 - \Omega_{m,0})] - 3w_0 \ln(1+z)}{3 \ln(1+z)} \\ &\leq \frac{\ln[\Omega_{m,0}/(1 - \Omega_{m,0})]}{3 \ln z} - w_0 \quad \text{se } z \gg 1. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Para $z \approx 1100$ e $\Omega_{m,0} \approx 0.3$, $w'_0 \leq -0.04 - w_0$. No caso extremo em que $z \rightarrow \infty$, os parâmetros w_0 and w'_0 devem estar sujeitos ao vínculo

$$w_0 + w'_0 < 0. \quad (6.4)$$

Nós trabalharemos com a última condição visto que estamos supondo que (6.1) é aplicável durante toda a história do universo. Da eq. (4.11) é fácil ver que em tal regime a parametrização CPL também deve estar sujeita ao vínculo (6.4).

6.1.1 O Plano $w_0 - w'_0$

Derivando (6.1) em relação a z , temos

$$w' = w'_0 \frac{1 + 2z - z^2}{(1 + z^2)^2}. \quad (6.5)$$

Fazendo $w' = 0$ nós achamos que $w(z)$ possui extremos absolutos (máximos ou mínimos) em

$$z_{\pm} = 1 \pm \sqrt{2}$$

correspondendo, respectivamente, a

$$w_- = w(z_-) = w_0 - 0.21w'_0$$

e

$$w_+ = w(z_+) = w_0 + 1.21w'_0.$$

Para $w'_0 > 0$ (< 0), w_- é um mínimo (máximo) and w_+ é um máximo (mínimo). Uma vez que a equação de estado proveniente de campos escalares de quinta-essência e campos fantasmas são limitadas por $-1 \leq w(z) \leq 1$ and $w(z) < -1$, respectivamente, a região ocupada no plano (w_0, w'_0) por estes campos pode ser facilmente determinada impondo que o máximo e mínimo de $w(z)$ satisfaçam estes limites. Dessa forma, para quinta-essência nós obtemos os seguintes limites

$$-1 \leq w_0 - 0.21w'_0 \quad \text{e} \quad w_0 + 1.21w'_0 \leq 1 \quad (\text{se } w'_0 > 0),$$

e

$$-1 \leq w_0 + 1.21w'_0 \quad \text{e} \quad w_0 - 0.21w'_0 \leq 1 \quad (\text{se } w'_0 < 0).$$

enquanto que para campos fantasmas obtemos

$$w'_0 < -(1 + w_0)/1.21 \quad (\text{se } w'_0 > 0),$$

e

$$w'_0 > (1 + w_0)/0.21 \quad (\text{se } w'_0 < 0).$$

A Figura 6.1 mostra diferentes classes de modelos de energia escura no plano (w_0, w'_0) que surgem da parametrização (6.1). A região *proibida* representa a condição de subdominância (6.4) enquanto que a região de desaceleração é limitada superiormente pela eq. (2.50) com $\Omega_{m,0} = 0.27$, i.e., $w_0 < -0.43$. As regiões em branco indicam modelos que em algum momento da evolução cósmica, $z \in [-1, \infty[$, mudaram ou irão mudar de uma evolução do tipo quinta-essência para uma evolução do tipo fantasma ou vice-versa. O cenário

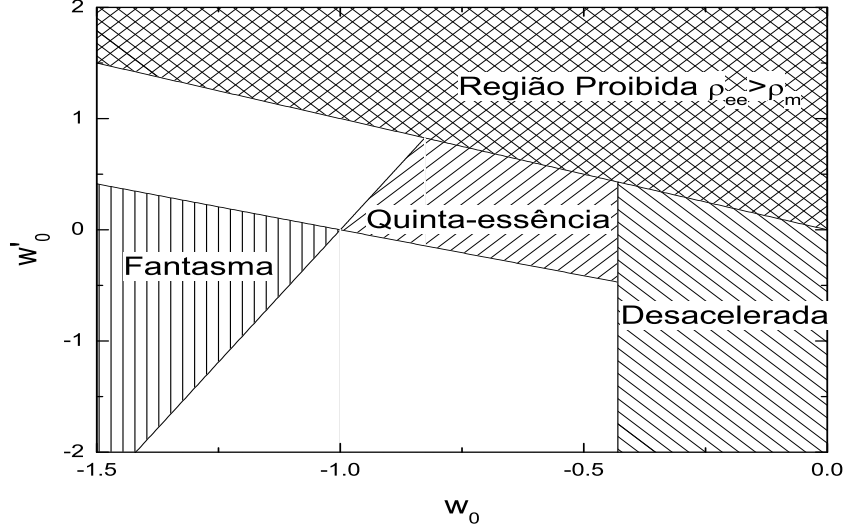


Figura 6.1: Espaço paramétrico (w_0, w'_0) para parametrização (6.1). A região proibida corresponde ao vínculo (6.4) enquanto que a região de desaceleração corresponde ao limite superior (2.50) com $\Omega_m^0 = 0.27$, i.e., $w_0 < -0.43$. As regiões brancas indicam modelos que em algum ponto da evolução cósmica, $z \in [-1, \infty[$, passaram ou irão passar do regime de quinta-essência para o regime fantasma ou vice-versa.

Λ CDM padrão corresponde ao ponto de interseção entre modelos de quinta-essência ($w > -1$) e fantasmas ($w < -1$). Claramente, a parametrização (6.1) fornece uma forma simples de classificar diferentes modelos de energia escura no plano (w_0, w'_0) . Isto é uma consequência direta do fato que (6.1) é uma função limitada durante toda história do universo e é uma das suas principais virtudes. Uma vez que (6.1) é versátil o suficiente para incorporar várias classes de modelos, se, de alguma forma, as observações favorecerem certas classes de modelos e excluirmos outras, independentemente da equação de estado da energia escura ser ou não descrita por (6.1), nós podemos com toda certeza direcionar nossos esforços para as classes favorecidas e abandonar as demais.

6.2 Vínculos Observacionais

Na seção anterior, nós definimos as regiões ocupadas por diferentes classes de modelos de energia escura decorrentes da parametrização (6.1) no plano

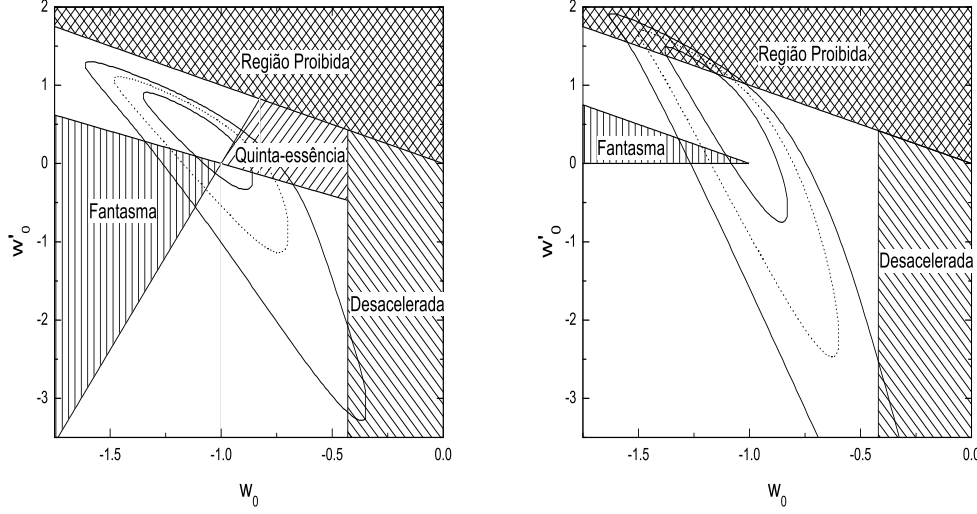


Figura 6.2: Resultados de nossa análise estatística. **Esquerda:** Os contornos das regiões de confiança em 68.3%, 95.4%, and 99.7% para a parametrização (6.1) obtidos da combinação dos dados do SNLS [112], parâmetro de BAO [63], RCF \mathcal{R} [61] e $H(z)$ [91]. **Direita:** A mesma análise para a parametrização CPL.

(w_0, w'_0) . Nesta seção, nós testaremos a viabilidade destes cenários observacionalmente. Os vínculos observacionais sobre os parâmetros w_0 e w'_0 são obtidos utilizando quatro conjuntos de dados de SNs Ia, o SNLS, o U2, o SDSS-SALT2 e o SDSS-MLCS2K2 combinados com outras observações cosmológicas. Primeiramente, discutiremos os vínculos observacionais sobre os w_0 e w'_0 obtidos em nossa primeira análise [111], na qual nós utilizamos as 115 medidas de distância de SNe Ia do (SNLS) [112], medidas do parâmetro de BAO [63], do parâmetro \mathcal{R} [61] e as medidas do parâmetro de Hubble $H(z)$ obtidas das idades de galáxias de altos *redshifts* [91]. Em seguida, analisaremos as restrições sobre w_0 e w'_0 obtidas da combinação U2+ \mathcal{R} + \mathcal{A} , SDSS-SALT2+ \mathcal{R} + \mathcal{A} e SDSS-MLCS2K2+ \mathcal{R} + \mathcal{A} [113].

6.2.1 Análise Estatística: SNLS + RCF + BAO + $H(z)$ Parametrização (6.1)

A Figura 6.2 mostra os principais resultados obtidos na análise feita em [111]. Para comparar o quadro teórico com as observações discutidas acima, nós efetuamos uma marginalização sobre o parâmetro Ω_m^0 visto que os parâ-

metros de nosso interesse são w_0 e w'_0 . Na figura da esquerda, são mostrados os intervalos de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) no espaço paramétrico (w_0, w'_0) para a parametrização (6.1). O melhor ajuste para estes parâmetros são $w_0 = -1.11$ e $w'_0 = 0.43$ estando restritos em 1σ aos intervalos $-1.35 \leq w_0 \leq -0.86$ e $-0.33 \leq w'_0 \leq 0.91$, respectivamente. Note que nenhum modelo (ou classe) de energia escura é privilegiada ou descartada pelas observações, embora a maior porção das regiões de confiança esteja dentro das regiões brancas (indicando modelos que passam ou eventualmente irão passar de uma evolução do tipo quinta-essência para uma evolução do típica de um campo fantasma ou vice-versa). Em 99% de confiança, nós temos também que $0.21 \leq \Omega_m^0 \leq 0.33$, de modo que a região de desaceleração é limitada, de acordo com (2.50), por $w_0 < -0.42$ e a possibilidade de um universo desacelerado atualmente é quase completamente excluída. Para o melhor ajuste, o *redshift* de transição z_t , no qual o universo passa da fase de desaceleração para a fase de aceleração, ocorre em $z_t \simeq 0.58$.

Parametrização CPL

Para efeito de comparação, nós realizamos a mesma análise para a parametrização CPL (4.10). Note que esta parametrização tem um extremo absoluto em $w_\infty = w(z = \infty) = w_0 + w'_0$. Para $w'_0 > 0$, w_∞ é um máximo enquanto que para $w'_0 < 0$ é um mínimo. Assim, a região ocupada por campos fantasmas é determinada pelos vínculos $w_\infty < -1$ e $w'_0 > 0$. Um vínculo similar não pode ser obtido para o caso de um campo escalar de quinta-essência. A região ocupada por campos fantasmas no contexto desta parametrização e os intervalos de confiança para os mesmos dados da análise discutida anteriormente são mostrados à direita na Figura 6.2. Em 1σ , encontramos que $w_0 = -1.14_{-0.24}^{+0.31}$, $w'_0 = 0.84_{-1.59}^{+0.65}$ e $\Omega_m^0 = 0.27 \pm 0.03$. Como pode ser visto, neste intervalo de confiança, a possibilidade de uma energia escura que domina o conteúdo energético do universo no passado remoto não é excluída. Contudo, no Capítulo 4, onde nós reanalisamos a parametrização CPL com os dados de SN Ia do U2 (bem mais recente que os que foram empregados nesta análise), esta possibilidade foi excluída em 2σ . Note ainda que o espaço paramétrico para a parametrização CPL não é ‘cortado’ como, por exemplo, no caso da parametrização linear exibido no Cap. 4. Isto significa que a parametrização CPL é bem menos sensível ao vínculo físico (4.6) do que outras parametrizações. Ao contrário da análise feita no Cap. 4, na análise descrita acima nós empregamos medidas de $H(z)$, o que pode levar o leitor a suspeitar que estes dados podem ter alguma influência sobre este resultado. Contudo, este não é o caso, os dados de $H(z)$ ajudam a diminuir a degenerescência em w'_0 de forma que, ao retirá-los, devemos esperar que o

espaço paramétrico da parametrização CPL avance ainda mais sobre a região proibida.

Para a parametrização CPL, a densidade de energia escura evolui da seguinte forma (4.11):

$$f_{CPL}(z) = (1+z)^{3(1+w_0+w'_0)} e^{-3w'_0 z/(1+z)}.$$

Portanto, quando $z \rightarrow -1$ ($a \rightarrow \infty$), $f_{CPL}(z)$ diverge se $w'_0 > 0$ enquanto que $f(z)$, dado por (6.1), diverge em $z \rightarrow -1$ se $w_0 < -1$. Assim, os papéis dos parâmetros w_0 e w'_0 são invertidos nestes cenários já que, enquanto para a parametrização (6.1) o destino do universo é ditado pela parte no “equilíbrio”, (w_0), para a parametrização CPL o futuro do universo é governado pelo termo que quantifica a dependência temporal w'_0 .

6.2.2 Resultados da Combinação RCF+BAO+U2

A Figura 6.3 mostra os intervalos de confiança (68.3% e 95.4%) no espaço paramétrico (w_0, w'_0) para a parametrização (6.1). O melhor ajuste para estes parâmetros são $\Omega_{m,0} \approx 0.27$, $w_0 \approx -1.04$ e $w'_0 \approx 0.18$. Embora o melhor ajuste ocorra para um modelo dinâmico, não podemos afirmar que um modelo (ou classe) de energia escura é privilegiado ou descartado visto que tanto uma constante cosmológica quanto modelos de quinta-essência e campos fantasmas (bem como modelos que mesclam os dois últimos) ocupam a região de 1σ de confiança. Assim como observado para o SNLS, a maior porção das regiões de confiança estará dentro das regiões brancas. Note, contudo que as 442 SNs Ia a mais do U2 diminuem a degenerescência do espaço paramétrico, impondo vínculos mais fortes sobre os parâmetros w_0 e w'_0 ¹.

6.2.3 Resultados da Combinação RCF+BAO+SDSS

O SDSS [114] reúne 288 medidas de distância luminosidade distribuídas no intervalo de *redshifts* $0.02 \leq z \leq 1.55$. Nesta compilação as mesmas SNs têm suas curvas de luz calibradas por dois métodos diferentes: O MLCS2K2 [115] e o SALT2 [116].

¹É importante ainda observar que ao contrário da análise feita com o SNLS, os dados de $H(z)$ não foram incluídos aqui.

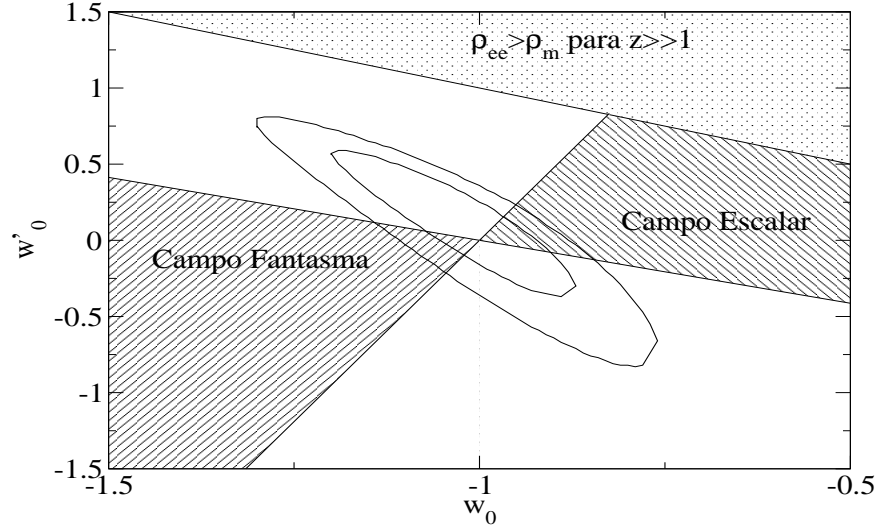


Figura 6.3: Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% para Parametrização (6.1) para combinação U2+BAO+RCF. Os resultados mostram que nenhum modelo (ou classe de modelos) pode ser excluído.

SDSS-SALT2

A calibração SALT2 emprega uma superfície bidimensional no tempo e no comprimento de onda que descreve a evolução temporal da distribuição espectral de energia no referencial de repouso das SNe Ia. A resolução temporal do modelo é de 1 dia e a resolução do comprimento de onda é de 10 Å, o que permite sínteses precisas do fluxo do modelo para comparar com os dados fotométricos. O modelo é criado a partir da combinação das curvas de luz fotométricas e de centenas de espectros de SNe Ia. Quando há lacunas na superfície espectral, as regiões não medidas são determinadas a partir de interpolação das regiões medidas. Os módulos de distâncias são determinados como parte de um ajuste global para um conjunto de curvas de luz de SNe Ia no qual os parâmetros cosmológicos e as propriedades gerais de SNe Ia são também determinados. Desta forma, a calibração SALT2 não é capaz de fornecer uma estimativa do módulo de distância independente para cada SN.

A Figura 6.4 mostra os intervalos de confiança (68.3% e 95.4%) no espaço paramétrico (w_0, w'_0) para a parametrização (6.1). O melhor ajuste para estes parâmetros são $\Omega_{m,0} \approx 0.27$, $w_0 \approx -1.07$ e $w'_0 \approx 0.26$. Como antes, embora o

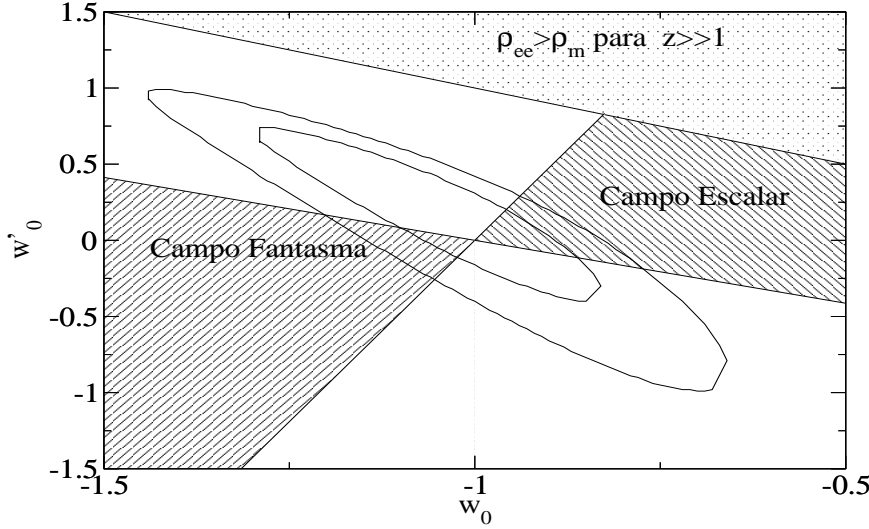


Figura 6.4: Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% para Parametrização (6.1) para combinação SDSS-SALT2+BAO+RCF. Como nos casos anteriores, os resultados mostram que nenhum modelo (ou classe de modelos) pode ser excluído.

melhor ajuste ocorra para um modelo dinâmico, a maior porção das regiões de confiança está dentro das regiões brancas e não podemos afirmar que um modelo (ou classe) de energia escura é privilegiado ou descartado por estes dados. Para efeito de comparação, o gráfico está na mesma escala do anterior. Podemos ver claramente que o espaço paramétrico é mais degenerado para o SDSS-SALT2 que para o Union2.

SDSS-MLCS2K2

O *Multicolor Light Curve Shape* (MLCS2K2 em sua atual formulação) descreve a variação das curvas de luz de supernovas através de um único parâmetro, Δ , que fornece a correlação entre o pico de luminosidade e a forma/duração da curva de luz. A forma original deste calibrador (MLCS) foi usada pelo *High- z Supernovae Team* [14] na descoberta da aceleração cósmica. Para cada supernova, o MLCS2K2 fornece o valor do módulo de distância e sua incerteza.

A Figura 6.5 mostra os intervalos de confiança (68.3%, 95.4%) no espaço paramétrico (w_0, w'_0) para a parametrização (6.1) obtidos da combina-

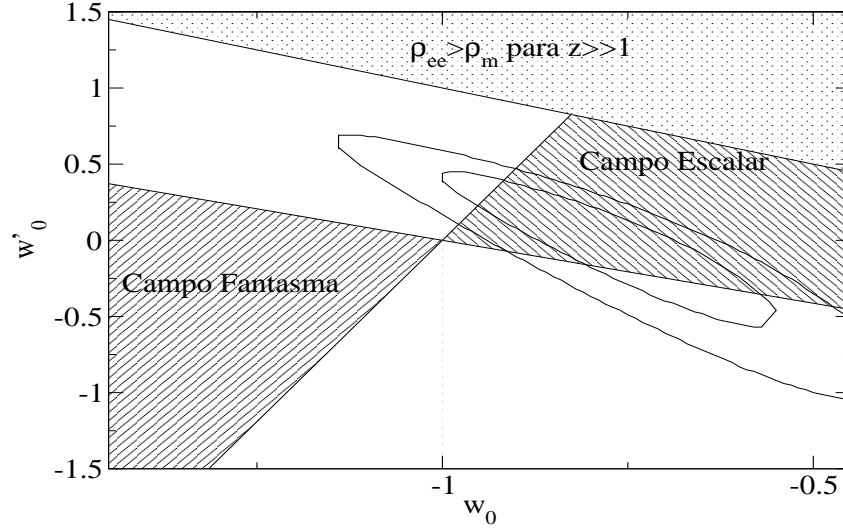


Figura 6.5: Regiões de confiança em 68.3% e 95.4% para Parametrização (6.1) para combinação SDSS-MLCS2K2+BAO+RCF. Campos fantasmas e a constante cosmológica são excluídos com 95.4% de confiança.

ção SDSS-MLCS2K2+BAO+RCF. O melhor ajuste ocorre para $\Omega_{m,0} \approx 0.31$, $w_0 \approx -0.78$ e $w'_0 \approx 0.01$. Note que campos fantasmas são completamente excluídos em 2σ . Embora ainda haja uma porção razoável das regiões de confiança dentro das regiões brancas os dados parecem favorecer modelos de quinta-essência. Note ainda que, embora um valor de $w = cte.$ não seja descartado, uma constante cosmológica é excluída em 2σ . Este resultado é notável, visto que a constante cosmológica (ou densidade de energia do vácuo) é um dos candidatos a energia escura mais bem motivados fisicamente. Uma vez que modelos com $w = cte. \neq -1$ carecem de fundamentação física, a exclusão da constante cosmológica nos faz considerar seriamente modelos dinâmicos para energia escura. Por fim, devemos ainda ressaltar que estes resultados conduzem a um inevitável conflito entre os dois métodos de calibração das curvas de luz de SNe Ia disponíveis atualmente, pois eles conduzem a resultados conflitantes. Enquanto os dados calibrados com SALT2 parecem não favorecer ou descartar modelo algum, apesar do melhor ajuste ocorrer para um modelo dinâmico, a calibração MLCS2K2 exclui modelos com $w \approx -1$ (o que inclui a constante cosmológica) e campos fantasmas, favorecendo modelos de quinta-essência. Visto que SNe Ia fornecem a principal evidência da aceleração cósmica, esta situação é extremamente desorienta-

dora e desconfortante, pois significa que as conclusões que tiramos dos nossos modelos dependem essencialmente da forma como os dados foram calibrados. Como foi dito anteriormente, para a calibração SALT2 as estimativas de distâncias para uma dada SN Ia são baseadas em um ajuste global para um conjunto de supernovas dentro de um modelo cosmológico parametrizado. Como resultado deste processo de minimização global, um vício no módulo de distância num dado intervalo de *redshifts*, o qual pode ser causado pela inclusão de um filtro mal calibrado, pode induzir a vícios sobre o intervalo inteiro de *redshifts* da amostra. Por sua vez, para a calibração MLCS2K2, cada curva de luz fornece o módulo de distância e seu erro é estimado de maneira mais independente do modelo cosmológico, o que pode de alguma forma nos levar a preferir os dados calibrados com o MLCS2K2. É importante observar que a maioria das amostras de SNe Ia disponíveis atualmente (SNLS, Constitution, Union1 e Union2) foram calibradas apenas com o SALT2 (ou sua versão anterior SALT).

6.3 Descrição de Campo Escalar

Como vimos anteriormente, há uma região do espaço paramétrico para a qual a parametrização (6.1) tem sua origem num campo escalar canônico ($-1 \leq w \leq 1$) e uma região para qual (6.1) tem sua origem num campo fantasma ($w < -1$). Em tais casos, é possível reconstruir o potencial escalar $V(\phi)$ a partir da equação de estado $w(z)$.

O procedimento para obter o potencial escalar a partir da equação de estado foi desenvolvido por Guo *et al.* [117] que aplicaram a técnica de reconstrução a quatro parametrizações: $w = cte.$, linear (4.5), CPL (4.10) e logarítmica (4.14). Como já mencionamos, à exceção de $w = cte.$, as parametrizações (4.5), (4.10) e (4.14) não podem ter se originado de um campo escalar, visto que não são funções limitadas de z durante toda história do universo $-1 \leq z < \infty$, de forma que aplicar resultados deduzidos para campos escalares a estas parametrizações pode conduzir a conclusões falsas, uma vez que tais parametrizações devem apenas recuperar o comportamento de quinta-essência num dado regime, mas nunca reproduzi-lo exatamente. Nesta seção, nós aplicamos a técnica de reconstrução da Ref. [117] para a parametrização aqui proposta no regime em que ela tem como caso particular um campo escalar ordinário. Nós ainda estendemos a análise da referência anterior para o caso de um campo fantasma.

A densidade de energia e a pressão associadas a um campo escalar (ca-

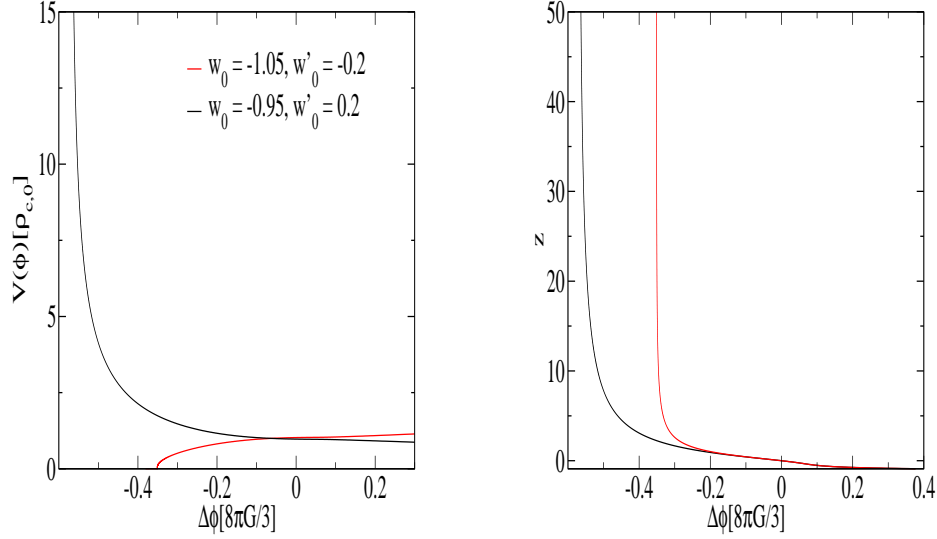


Figura 6.6: **Esquerda:** Potencial escalar como função do campo para um ponto dentro da região de quinta-essência $(w_0, w'_0) = (-0.95, 0.2)$ (curva preta) e para um ponto na região fantasma $(w_0, w'_0) = (-1.05, -0.2)$ (curva vermelha). **Direita:** Gráfico do redshift z versus o campo $\tilde{\phi}$ para os mesmos valores de w_0 e w'_0 do gráfico da esquerda. Tanto para campos canônicos quanto para campos fantasmas, o campo $\tilde{\phi}$ decresce à medida que z cresce tendendo a um valor mínimo no limite em que $z \rightarrow \infty$. Note que para quinta-essência, o potencial cresce à medida que z cresce enquanto para um campo fantasma, o potencial cresce à medida que z decresce.

nônico ou fantasma) são dadas, respectivamente, por

$$\rho_\phi = \epsilon \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \quad (6.6)$$

e

$$p_\phi = \epsilon \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi), \quad (6.7)$$

onde $\epsilon = 1$ para um campo canônico e $\epsilon = -1$ para um campo fantasma. Combinando (6.6) e (6.7), temos

$$\dot{\phi}^2 = \frac{1 + w_\phi}{\epsilon} \rho_\phi \quad (6.8)$$

e

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(1 - w_\phi)\rho_\phi, \quad (6.9)$$

onde $w_\phi = p_\phi/\rho_\phi$ é dado por (6.1) e ρ é dado por (6.2). Em termos de z , temos que

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dz}\dot{z} = -\frac{d\phi}{dz}(1+z)H(z) \quad (6.10)$$

de modo que

$$\frac{d\phi}{dz} = \pm \frac{1}{(1+z)H(z)} \sqrt{\frac{1+w_\phi}{\epsilon}} \rho_\phi, \quad (6.11)$$

onde o sinal negativo (positivo) corresponde a $\dot{\phi} > 0$ ($\dot{\phi} < 0$). De fato, o sinal é arbitrário uma vez que ele pode ser modificado pela redefinição $\phi \rightarrow -\phi$. Nas discussões que se seguem adotaremos o sinal negativo.

Definindo $\tilde{\phi} \equiv \sqrt{8\pi G/3}\phi$ e $\tilde{V} \equiv V/\rho_{c,0}$ e notando que $|(1+w_\phi)/\epsilon| = |1+w_\phi|$, temos que

$$\Delta\tilde{\phi} \equiv \tilde{\phi} - \tilde{\phi}_0 = - \int_0^z \frac{1}{(1+z)\eta(z)} \sqrt{|1+w_\phi(z)|\Omega_{\phi,0}f(z)} \quad (6.12)$$

e

$$\tilde{V}(\tilde{\phi}) = \frac{1}{2}[1-w_\phi(z)]\Omega_{\phi,0}f(z), \quad (6.13)$$

onde $\eta(z) = H(z)/H_0$ e $f(z) = \rho_\phi/\rho_{\phi,0}$. A equação (6.12) é válida tanto para quinta-essência quanto para campos fantasmas. Infelizmente, para a parametrização (6.1) não é possível encontrar uma solução analítica para (6.12), de forma que o potencial $\tilde{V}(\tilde{\phi})$ deve ser obtido numericamente.

A Figura 6.6 mostra como o potencial evolui como função do campo (esquerda) e como o campo evolui como função do *redshift* (direita) para quinta-essência (curva preta) e para um campo fantasma (curva vermelha). Podemos ver que, em contraste com um campo escalar canônico, para o qual o potencial cresce com o redshift, para um campo fantasma, $\tilde{V}(\tilde{\phi})$ cresce quando z decresce.

Capítulo 7

Abordagem Independente de Modelo

Comumente, as principais tentativas de modelar a energia escura são baseadas ou numa escolha particular de sua equação de estado $w(z)$ (como discutido nos capítulos anteriores) ou em modificações da gravidade em larga escala. No contexto da relatividade geral, pelo menos três diferentes abordagens podem ser seguidas no sentido de obter a equação de estado da energia escura a partir dos dados observacionais. A primeira e mais direta é resolver a equação de Klein-Gordon para um dado potencial escalar, o que claramente não pode fornecer um espaço paramétrico independente de modelo. Outras possibilidades são construir uma forma funcional para $w(z)$ em termos de seu valor atual w_0 e de sua dependência temporal w' em $z = 0$ ou realizar uma abordagem livre de parâmetro, tais como uma equação de estado binada, decomposição em bases ortogonais e análise de componentes principais.

Contudo, independentemente da escolha feita, um consenso está sendo atingido atualmente sobre o fato de que é extremamente difícil, senão impossível, determinar qual o melhor modelo para energia escura com base apenas nas observações. Conforme observado em [118], em vez de tentar achar qual modelo de energia escura é correto, devemos procurar quais modelos podem ser excluídos pelas observações disponíveis. Este procedimento, certamente, não irá revelar a natureza da energia escura mas pode, com os dados atuais e futuros, diminuir consideravelmente a gama de possibilidades.

Um exemplo interessante envolve dois dos candidatos favoritos para energia escura: a densidade de energia do vácuo (Λ) e um campo escalar dinâmico (ϕ). Dentre outras coisas, o que distingue observacionalmente estes dois candidatos à energia escura é que, no primeiro caso, a equação de estado associada com Λ é constante durante toda a evolução do Universo ($w = -1$), enquanto que geralmente para quinta-essência w é uma função do tempo.

Assim, levando em conta esta diferença pequena mas extremamente importante, podemos concluir que se qualquer desvio observável de uma equação de estado constante for consistentemente encontrado, isto naturalmente impõe um problema para qualquer modelo baseado nesta hipótese, o que inclui o atual cenário de concordância cósmica.

Neste Capítulo, é proposta uma abordagem independente de modelo para detectar uma possível dependência temporal da equação de estado da energia escura [119, 120]. Diferentemente das abordagens discutidas anteriormente, nós usamos apenas a expansão de Taylor da densidade de energia escura $\rho_{ee}(z)$ em torno de diferentes valores de z e a equação de conservação como uma fórmula de recorrência, de forma que as derivadas de $\rho_{ee}(z)$ podem ser diretamente relacionadas a $w(z)$ e suas derivadas. Note que, ao contrário das parametrizações de primeira ordem para $w(z)$, nas quais a dependência temporal é determinada unicamente pelo valor de $w'(z = 0)$, nesta abordagem tal variação pode ser verificada em diferentes valores de z apenas mudando o centro de expansão, z_* , em pequenos intervalos de *redshifts*. A partir disto, nós construímos $w(z)$ e $w'(z)$ a partir dos dados e discutimos o comportamento dos espaços $w - z$ e $w' - z$.

7.1 Formalismo

Suponhamos que a densidade de energia escura, $\rho_{ee}(z)$, é uma função analítica de z no intervalo $(z_* - \epsilon, z_* + \epsilon)$, i.e, sua expansão em série de potências em torno de z_* ,

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee}(z_*) + \rho'_{ee} \Big|_{z_*} (z - z_*) + \frac{1}{2} \rho''_{ee} \Big|_{z_*} (z - z_*)^2 + \dots, \quad (7.1)$$

converge para $\rho_{ee}(z)$ neste intervalo. Visto que as componentes do fluido cósmico são conservadas separadamente, a densidade de energia escura $\rho_{ee}(z)$ e sua equação de estado $w(z)$ estão diretamente relacionadas pela equação de continuidade (2.36),

$$\rho'_{ee}(z) = 3 \rho_{ee}(z) \frac{1 + w(z)}{1 + z}, \quad (7.2)$$

de forma que nós podemos utilizar a equação acima como uma fórmula de recorrência para escrever as derivadas de ρ_{ee} em $z = z_*$ em termos de w e

suas derivadas em z_* , i.e.,

$$\begin{aligned} \rho'_{ee} \Big|_{z_*} &= \gamma \rho_{ee}(z_*), \\ \rho''_{ee} \Big|_{z_*} &= [\gamma^2 + (3w'(z_*) - \gamma)/(1 + z_*)] \rho_{ee}(z_*), \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

onde $\gamma \equiv 3[1 + w(z_*)]/(1 + z_*)$ e a linha denota a diferenciação em relação a z . Assim, em termos de w e suas derivadas, a expansão (7.1) torna-se:

$$\rho_{ee}(z) = \rho_{ee}(z_*) \left\{ 1 + \gamma(z - z_*) + \frac{1}{2} \left[\gamma^2 + \frac{3w'(z_*) - \gamma}{1 + z_*} \right] (z - z_*)^2 + \dots \right\}. \quad (7.3)$$

A vantagem de trabalharmos com a expansão de ρ_{ee} na forma (7.3), ao invés de (7.1), é que w nos fornece uma forma mais direta de detectarmos uma possível dependência temporal da energia escura. Suponhamos, por exemplo, que sejamos capazes de encontrar com alguma significância estatística que $\rho'_{ee} \neq 0$ e $\rho''_{ee} \neq 0$ para algum z_* . Isto nos permite excluir a constante cosmológica (o que já seria um resultado notável) mas não uma energia escura com $w = cte$.¹ Por outro lado, se formos capazes de encontrar com alguma significância estatística que $w' \neq 0$ nós não só descartamos a constante cosmológica como também uma energia escura que tenha sua origem numa equação de estado constante.

Ao expandirmos uma função em séries de potências, uma questão que surge naturalmente é até que ordem devemos ir para que a função seja bem aproximada pela expansão num dado intervalo do seu domínio. Obviamente, quanto maior o número de termos, mais precisa será a aproximação. Contudo, aproximações de ordens muito altas conduzirão a um número elevado de parâmetros livres e, como já foi mencionado anteriormente, os dados disponíveis atualmente não são nem numerosos nem precisos o suficiente para que uma quantidade muito grande de parâmetros seja determinada com alguma precisão. Assim, devemos procurar a aproximação de ordem mais baixa que nos permita estudar a dependência temporal da equação de estado da energia escura e que ainda assim seja uma boa descrição para $\rho_{ee}(z)$. A aproximação de ordem mais baixa que nos permite estudar a dinâmica da energia escura é uma expansão de segunda ordem, visto que ela envolve o número mínimo

¹É possível visualizar isto fazendo, por exemplo, $w = -0.9$. Neste caso, todas as derivadas de ρ_{ee} são diferentes de zero.

de parâmetros necessários (w e w') para detectar a dependência temporal da energia escura. Mas, como saber se esta aproximação recupera $\rho_{ee}(z)$ com alguma precisão uma vez que não conhecemos esta função? Nós sabemos que para ϵ suficientemente pequeno, $\rho_{ee}(z)$ deve ser bem aproximado pela série (7.3) truncada no segundo termo. Contudo, se quisermos cobrir um intervalo maior de redshifts (e.g., $\epsilon \approx 1$), que garantia temos de que esta aproximação funciona?

Para responder a estes questionamentos é suficiente lembrarmos que a constante cosmológica está em excelente acordo com a maioria das observações cosmológicas disponíveis no momento (o que inclui observações até $z \approx 1100$), ou seja, $\rho_{ee}(z)$ é bem aproximado por uma constante num grande intervalo de redshifts. Assim, podemos supor que $\rho_{ee}(z)$ é uma função suave o suficiente de forma que os dois primeiros termos da expansão (7.3) são suficientes para descrevê-la com alguma precisão, caso contrário parece, pelo menos para mim, que seria impossível que a constante cosmológica conseguisse ajustar com alguma razoabilidade os dados observacionais.

Apesar de $\rho_{ee}(z) \approx \rho_\Lambda = cte.$ estar em excelente acordo com as observações até $z \approx 1100$, nós não estamos dispostos a extrapolar a expansão (7.3) truncada no segundo termo até redshifts tão altos (embora nada nos impeça de fazê-lo). Nós seremos conservadores em nossa análise supondo que tal aproximação funciona apenas em *redshifts* $z < 2$. Neste intervalo de *redshifts*, a contribuição da radiação para densidade total de energia é desprezível, de forma que a equação de Friedmann (2.39) torna-se

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_m(a) + \rho_{ee}(a) \right] - \frac{k}{a^2}. \quad (7.4)$$

Substituindo ρ_{ee} por (7.3) e tomando $k = 0$, como foi feito ao longo de toda a Tese, temos

$$H^2 = H_0^2 \left[\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \frac{1 - \Omega_{m,0}}{\varphi_0} \varphi(z) \right], \quad (7.5)$$

onde,

$$\varphi(z) = 1 + \gamma(z - z_*) + \frac{1}{2} \left[\gamma^2 + \frac{3w'(z_*) - \gamma}{1 + z_*} \right] (z - z_*)^2.$$

Na Eq. (7.5) nós supomos que $z_* - \epsilon \leq 0$ para eliminarmos o parâmetro extra $\rho_{ee}(z_*)$. O roteiro pra investigar a dependência temporal de w é o seguinte:

1. Fixe o centro da expansão z_* (e.g., $z_* = 0$) em (7.5);
2. Faça a análise estatística descrita na Seção 3.4 para obter $w(z_*)$ e $w'(z_*)$;

3. Incremente z_* de Δz_* e repita o segundo passo.

Após um número finito n de passos, teremos obtido estimativas de w e w' e seus respectivos erros em n valores distintos de z .

A grande vantagem deste procedimento é que ele nos permite obter w e w' ponto a ponto, ou seja, ele nos permite reconstruir w e w' como função do *redshift* sem ter que supor um modelo específico para a equação de estado da energia escura. Podemos dizer que esta abordagem é independente de modelo, visto que ela se baseia em duas hipóteses muito plausíveis, isto é, que ρ_{ee} é uma função analítica num intervalo $(z_* - \epsilon, z_* + \epsilon)$ e que ρ_{ee} é uma função suave o suficiente para ser bem aproximada por uma expansão de segunda ordem num intervalo considerável de redshifts. Se uma destas hipóteses falhar, (7.3) deve produzir um ajuste muito pobre dos dados observacionais. Conseqüentemente, ρ_Λ também deveria ser um ajuste muito ruim, o que não é o caso, sugerindo que se a energia escura realmente existe, sua equação de estado deve satisfazer as hipóteses acima.

Um ponto que devemos ressaltar é que, ao contrário das expansões de primeira ordem para $w(z)$, cuja dependência temporal está inteiramente codificada no parâmetro $w'_0 = w'(z=0)$, em nossa abordagem é suficiente que para algum z_* no intervalo de *redshifts* considerado tenhamos $w' \neq 0$ com alguma significância estatística para decretarmos a dependência temporal da equação de estado².

7.2 Vínculos Observacionais

Os vínculos observacionais sobre w e w' são obtidos usando algumas das mais recentes compilações de SNs Ia disponíveis: o Union1 (U1) [122], o Union 2 (U2) [65] e o Constitution (CS) [32]. À exceção do U1, todas estas amostras já foram empregadas anteriormente. O U1 contém 307 medidas incluindo grandes amostras recentes do SNLS [112] e do ESSENCE [123], e o conjunto de dados recentemente estendido observado com o Hubble Space Telescope. Para diminuir a degenerescência entre os parâmetros, $\Omega_{m,0}$, $w(z)$ e $w'(z)$ nós também utilizamos o parâmetro de BAO \mathcal{A} . Além do parâmetro de BAO, também combinamos as 11 medidas do parâmetro de Hubble como função do redshift dadas recentemente na Ref. [124] (Tabela 7.1) ao U1 e ao CS. Para as outras amostras de SNe Ia, nós removemos $H(z)$ uma vez verificada sua pouca influência sobre os resultados.

²Note ainda que os vínculos observacionais obtidos sobre a equação de estado da energia escura dependem fundamentalmente da função de expansão escolhida, ou seja, parametrizações de w não são capazes de nos fornecer um espaço paramétrico completamente independente de modelo.

z	$H(z)$	σ_H
0.10	69.00	12.00
0.17	83.00	8.00
0.27	77.00	14.00
0.40	95.00	17.00
0.48	97.00	60.00
0.88	90.00	40.00
0.90	117.00	23.00
1.30	168.00	17.00
1.43	177.00	18.00
1.53	140.00	14.00
1.75	202.00	40.40

Tabela 7.1: Medidas do parâmetro de Hubble em diferentes redshifts obtidas por Stern *et al.* na Ref. [124]

Os vínculos observacionais sobre w e w' para expansão de segunda ordem em $z_* = 0$ obtidos da combinação CS+BAO+ $H(z)$ e Union+BAO+ $H(z)$ são mostrados na Figura 7.1 em 2σ de confiança (curva preta). Para efeito de comparação também são exibidos os correspondentes contornos de $\Delta\chi^2$ para duas parametrizações de primeira ordem diferentes, a CPL (4.10) (contorno vermelho) e a parametrização (6.1) apresentada no capítulo anterior (contorno azul). Note que, embora haja espaço tanto para valores negativos quanto para valores positivos de $w'(z_* = 0) = w'_0$, assim como para energia escura do tipo fantasma e do tipo quinta-essência, o espaço paramétrico permitido para expansão de segunda ordem é consideravelmente reduzido em comparação com aqueles produzidos por parametrizações de primeira ordem para equação de estado (o mesmo também é verdade para todo o intervalo de *redshifts* discutidos aqui. Veja, por exemplo, as Figuras 7.2 e 7.3). Para esta análise em particular nós encontramos

$$w(z_* = 0) = -0.97_{-0.12}^{+0.11} \quad \text{e} \quad w'(z_* = 0) = -0.01_{-0.29}^{+0.31},$$

$$w(z_* = 0) = -1.04_{-0.17}^{+0.14} \quad \text{e} \quad w'(z_* = 0) = 0.18_{-0.31}^{+0.34}$$

(em 95.4% de confiança) para as combinações CS + BAO + $H(z)$ e U1 + BAO + $H(z)$, respectivamente.

Contudo, como mencionado anteriormente, o aspecto mais interessante da abordagem acima é que uma possível evolução de $w(z)$ pode ser ve-

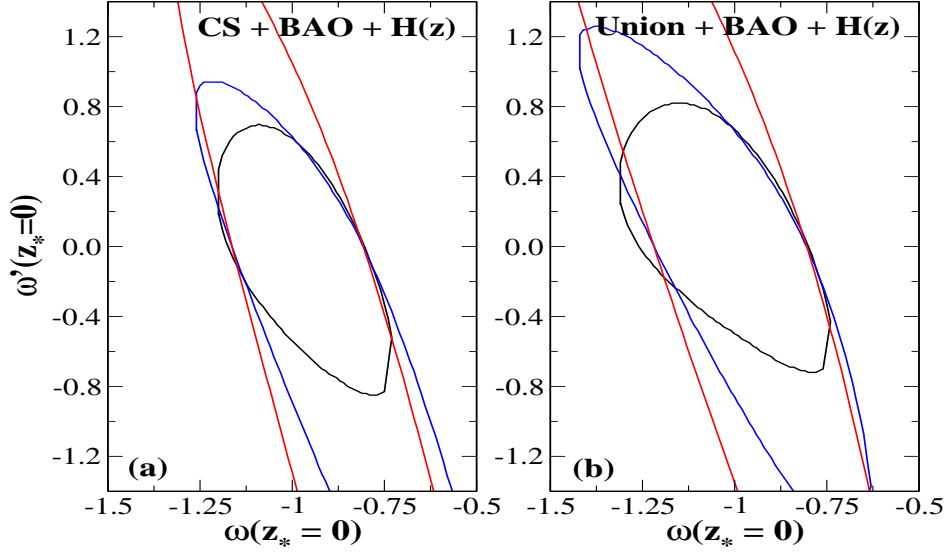


Figura 7.1: Contornos de $\Delta\chi^2 = 6.17$ no plano $w(z_* = 0) - w'(z_* = 0)$. O contorno preto corresponde à expansão (7.3) para $z_* = 0$ enquanto que os contornos vermelho e azul correspondem, respectivamente, às parametrizações (4.10) e (6.1).

rificada a partir dos dados a diferentes valores de z_* , mudando o centro da expansão em pequenos intervalos de *redshifts*. Este procedimento difere fundamentalmente das parametrizações de primeira ordem usuais nas quais variações dos parâmetros da equação de estado em $z \neq 0$ não podem ser detectados se $w(z)$ é uma função suave em torno $z \simeq 0$. Em outras palavras, isto significa dizer que, na abordagem discutida neste Capítulo, obter o par $(w(z_* = 0), w'(z_* = 0)) = (-1, 0)$ dentro de uma região de confiança significativa não pode ser tomado como um argumento definitivo para uma energia escura não evolutiva, visto que um único valor de $w' \neq 0$ em $z_* \neq 0$ é suficiente para assegurar sua dependência temporal.

Nas Figuras 7.2 e 7.3, nós mostramos a evolução de w e w' como função de z obtida para as combinações CS + BAO + $H(z)$ e U1 + BAO + $H(z)$, respectivamente. Nós fixamos z_* em (7.5) e realizamos a análise estatística obtendo os valores de $w(z_*)$ e $w'(z_*)$ que melhor ajustam os dados e seus respectivos erros em 95.4% de confiança. Então, incrementamos z_* de $\Delta z_* = 0.25$ e repetimos o procedimento para obter $w(z_* + \Delta z_*)$ e $w'(z_* + \Delta z_*)$ e seus respectivos erros em 2σ . Este procedimento é realizado desde $z_* = 0$ até $z_* = 1.75$, de forma a cobrir todo o intervalo de *redshifts* dos dados que foram utilizados, $0 < z \leq 1.75$. Nós também fazemos uma análise para $z_* = 0.875$ que corresponde ao centro do intervalo de *redshifts*. Note

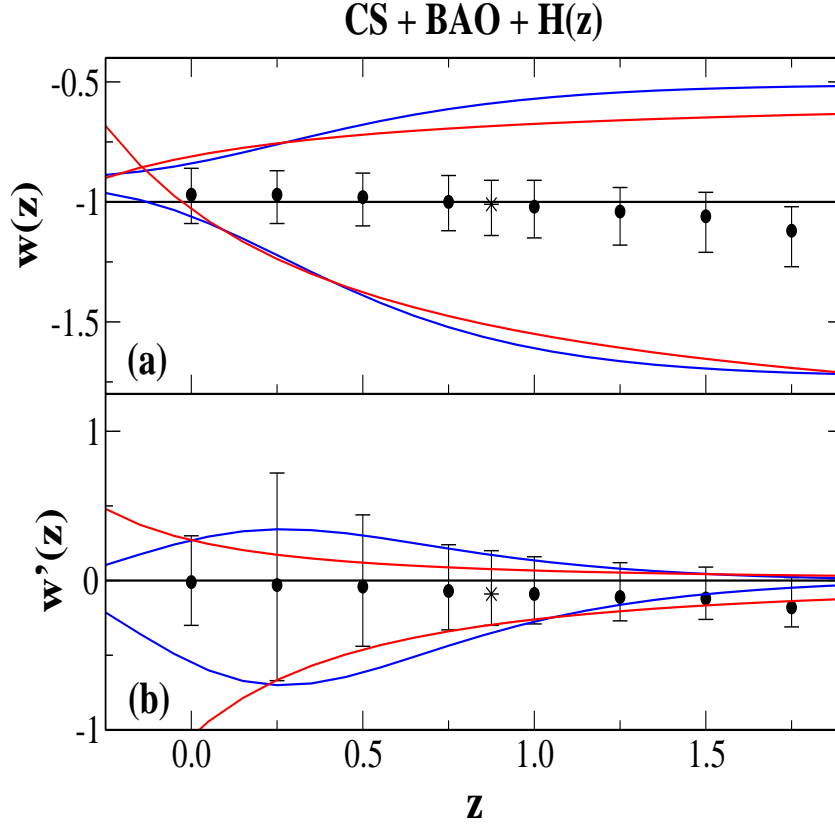


Figura 7.2: Evolução de w (a) e w' (b) originadas da combinação CS+BAO+ $H(z)$. As barras de erro correspondem ao erro estatístico em 2σ do ajuste obtido pela expansão (7.3) para w e w' em cada z_* e as curvas vermelha e azul representam o correspondente intervalo para as parametrizações discutidas anteriormente. Claramente, nenhuma evidência de uma evolução temporal de w é encontrada sobre o intervalo de *redshifts* em questão.

que o valor de ϵ é máximo para expansão em torno $z_* = 0$ e $z_* = 1.75$ ($\epsilon = 1.75$) e é mínimo para expansão em torno de $z_* = 0.875$ ($\epsilon = 0.875$). As curvas (azul e vermelha) correspondem aos vínculos em 2σ para as duas parametrizações de primeira ordem discutidas anteriormente. Note que a aproximação de segunda ordem se mostra muito mais sensível aos dados e, por consequência, muito mais eficaz na determinação da dependência temporal que parametrizações de primeira ordem para w .

Para a combinação CS + BAO + $H(z)$ (Fig. 7.2), fica claro que uma

equação de estado constante $w' = 0$ não pode ser excluída. Se nós desconsiderarmos o ponto $z = 1.75$ temos que uma constante cosmológica $[(w, w') = (-1, 0)]$ é inteiramente compatível com as observações em questão³.

Contudo, esta conclusão é significativamente modificada quando os dados do CS são substituído pelos do U1 (Fig. 7.3). A Figura 7.3 (a) mostra uma clara evidência de um comportamento do tipo campo escalar de quinta-essência. Os valores de $w(z_*)$ que melhor ajustam os dados indicam um comportamento de quinta-essência do tipo *freezing*, o qual parece estar de acordo com discussões recentes usando técnicas de reconstrução tais como a análise de componentes principais[125] e o método de máxima entropia[126]. Além disso, há uma clara incompatibilidade em $\simeq 2\sigma$ entre nossa técnica de obtenção ponto a ponto via expansão em séries e o valor $w = -1$ em todo o intervalo de *redshifts* considerado. Pela Figura 7.3 (a) podemos ver o quanto a equação de estado da energia escura se afasta da equação de estado do vácuo, mas ainda não fica claro se um valor de $w = cte.$ é ou não excluído. O desvio de uma equação de estado constante é evidenciado na Figura 7.3 (b). Note que a partir de $z = 0.75$, $w'(z)$ se afasta cada vez mais do valor $w' = 0$ excluindo em 2σ uma equação de estado estática. Este resultado está de acordo com resultado obtido no Capítulo 6 para a parametrização (6.1) a partir dos dados do SDSS-MLCS2K2 os quais favorecem uma energia escura originada de um campo escalar canônico. Note, entretanto, que o U1, assim como o CS, são calibrados com o método SALT2, o que nos faz crer que a abordagem que estamos propondo para investigar a dinâmica da energia escura é menos sensível à forma como os dados foram calibrados, podendo captar desvios de uma equação de estado constante mesmo para dados calibrados com o método SALT que usa o Λ CDM como modelo fiducial. Este resultado revela a força de nossas hipóteses e a enorme vantagem de utilizarmos a expansão em série (7.3) para obtenção ponto a ponto de w e w' sobre parametrizações de primeira ordem para w ⁴. Devemos ainda mencionar que as mesmas conclusões apresentadas acima são também obtidas se as

³De fato, em $z = 1.75$ $w \neq -1$ e $w' = 0$ está no limite do erro estatístico. Como é suficiente que $(w, w') \neq (-1, 0)$ para um único valor de z , poderíamos afirmar que a constante cosmológica é excluída. Contudo, é bom ter um pouco de cautela e esperar que outros dados nos permitam visualizar isso mais claramente

⁴Note que o fato de toda a informação sobre a dependência temporal de w estar codificada no parâmetro w'_0 em parametrizações de w baseadas em expansões de primeira ordem restringe demais a investigação da evolução de w com o passar do tempo, visto que w'_0 tem que ser tal que, além de fornecer uma estimativa de seu valor hoje, deve ainda dar conta de todos os $w'(z)$, i.e., todos os valores de w' são correlacionados. Isto sem dúvida deve tornar os espaço paramétrico $w_0 - w'_0$ muito degenerado, independentemente da função de expansão escolhida. Por sua vez, em nossa abordagem cada valor $w'(z_*)$ é obtido de forma independente, o que fornece um espaço de fase menos degenerado

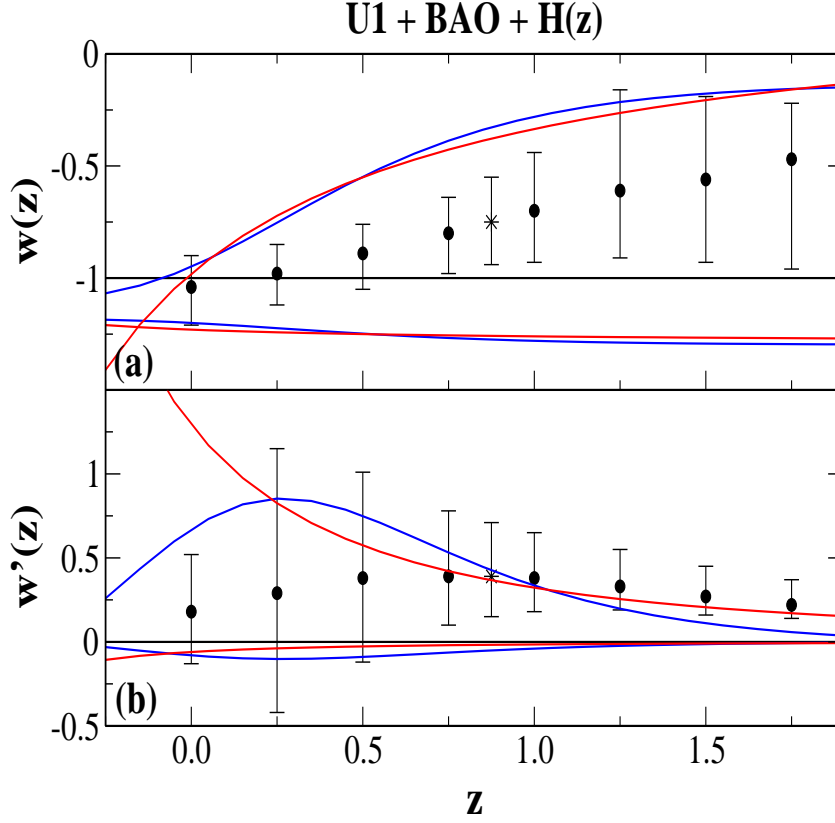


Figura 7.3: A mesma análise da Fig. 7.2 para a combinação U1+BAO+ $H(z)$. Note que, enquanto as parametrizações de primeira ordem não impõem qualquer vínculo restritivo sobre a evolução de w e w' , a análise ponto a ponto baseada na expansão (7.3) mostra claramente um desvio de Λ (a) e de uma equação de estado $w = cte.$ ($w' = 0$) (b).

medidas de $H(z)$ forem removidas da análise⁵.

A Figura 7.4 mostra os resultados obtidos para combinação U1 + BAO. Como podemos ver, o desvio de uma equação de estado constante torna-se ainda mais acentuado quando as medidas de $H(z)$ são retiradas da análise. Exceto para o ponto $z_* = 0.25$, $w' \neq 0$ para todos os valores de z_* considerados. Campos fantasmas ($w(z) < -1 \forall z$) continuam excluídos em 2σ ,

⁵De fato, apesar de os dados de $H(z)$ ajudarem a reduzir a degenerescência entre os parâmetros cosmológicos existe muita desconfiança a respeito destes dados visto que as medidas ainda são muito pouco precisas.

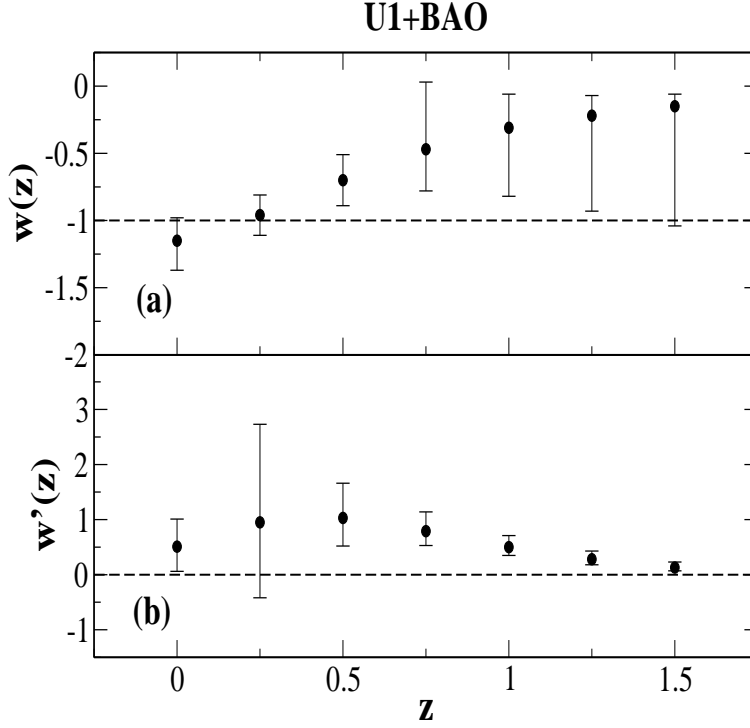


Figura 7.4: Resultados obtidos para a combinação U1+BAO. As linhas correspondendo aos modelos paramétricos (4.10) e (6.1) foram removidas para tornar a visualização mais clara. Note que a dependência temporal é ainda mais clara quando removemos $H(z)$ de nossa análise. No entanto, o espaço paramétrico é alargado, i.e., os erros estatísticos em w e w' são maiores. Isto revela a utilidade dos dados de $H(z)$ mesmo em pouca quantidade e com incertezas ainda muito grandes. Infelizmente, a pouca precisão destes dados põe em risco sua credibilidade, daí a necessidade de realizarmos a mesma análise sem incluí-los.

contudo, quinta-essência ($-1 \leq w(z) \leq 1$) encontra-se no limite do erro em $z = 0$, de forma que é difícil com base apenas neste gráfico afirmar que um campo escalar canônico é a origem mais provável da aceleração cósmica. Note ainda que a remoção das medidas do parâmetro de Hubble torna os erros estatísticos muito maiores (resultado de um espaço de fase mais degenerado), o que evidencia a utilidade destes dados para limitar os valores de parâmetros cosmológicos.

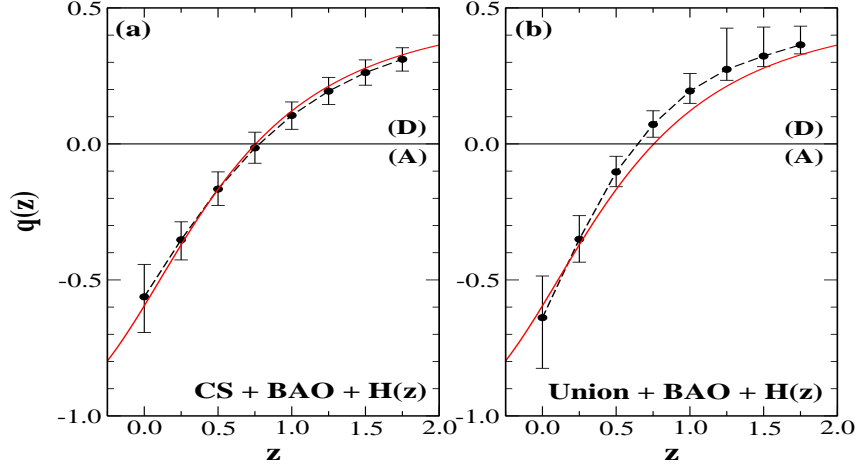


Figura 7.5: Reconstrução do parâmetro de desaceleração a partir dos intervalos em 2σ de $w(z)$ e $w'(z)$ mostrados nas figuras Figs. 7.2 e 7.3. A curva vermelha representa o modelo Λ CDM com $\Omega_{m,0} = 0.27$ enquanto que a linha tracejada conecta os pontos $q(z)$ do melhor ajuste para cada valor z_* e fornece uma estimativa do redshift de transição (ponto em que cruza a linha que separa as regiões (A) ($q < 0$) e (D) ($q > 0$)), i.e., $z_t \simeq 0.78$ (a) e $z_t \simeq 0.65$ (b).

Para efeito de ilustração, uma reconstrução do parâmetro de desaceleração $q(z)$ a partir dos intervalos em 2σ de $w(z_*)$ e $w'(z_*)$ mostrados nas Figs. 7.2 e 7.3 é mostrada na Figura 7.5. A curva vermelha representa o modelo Λ CDM com $\Omega_{m,0} = 0.27$ (o valor do melhor ajuste para este parâmetro encontrado na análise das Figuras. 7.2 e 7.3). Claramente, o comportamento de nosso método de reconstrução está em total acordo com o cenário padrão quando a combinação CS+BAO+ $H(z)$ é usada, enquanto que para combinação usando o U1 (U1+BAO+ $H(z)$), os valores obtidos a partir da nossa estratégia se afastam do modelo Λ CDM em até 2σ para valores altos de z_* ($z_* \geq 0.75$). No que diz respeito ao comportamento de $q(z)$, nós não observamos qualquer evidência de redução da aceleração cósmica, o que está de acordo com o comportamento *freezing* de $w(z)$ mostrado na Figura 7.3(a).

Por fim, nós obtemos os valores de w e w' fornecidos pelos dados do U2 combinados com o parâmetro de BAO⁶. O U2 possui 160 medidas a mais que o CS e 290 medidas a mais que o U1 e constitui a maior compilação de dados

⁶Este procedimento repetitivo pode parecer desnecessário. Contudo, é de extrema utilidade que repitamos nossa análise usando vários conjuntos de dados pois isto permite testar a consistência da abordagem que estamos propondo, a qual ambicionamos que se torne um padrão de investigação de futuros estudos acerca da natureza da energia escura.

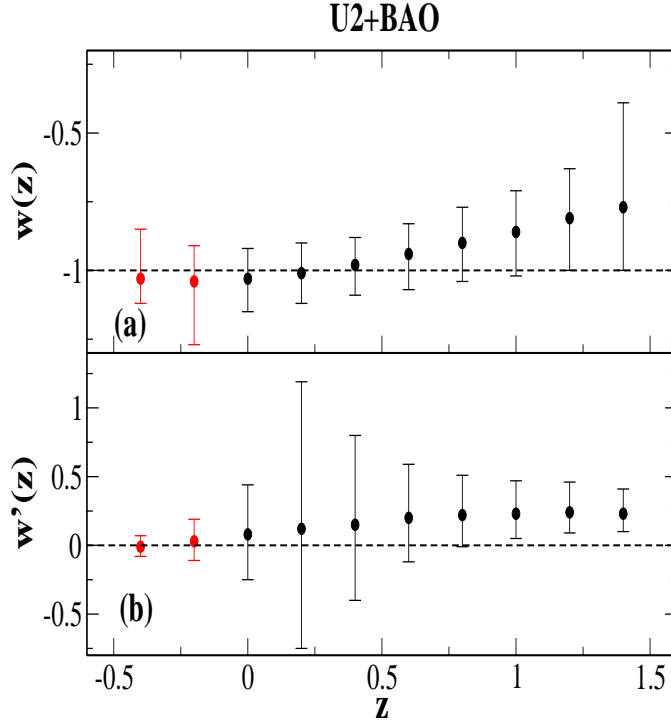


Figura 7.6: Resultados obtidos para a combinação U2+BAO. Os pontos vermelhos ($z = -0.4$ e $z = -0.2$) correspondem à extrapolações do intervalo de *redshifts* coberto pelos dados. Note que, se olharmos apenas para o gráfico de $w \times z$ (Fig. a), não é possível descartamos uma equação de estado constante ou mesmo uma constante cosmológica (ambos estão dentro da região de 95.4% de confiança) apesar da forte indicação por modelos dinâmicos. Contudo, o gráfico de $w'(z)$ (Fig. b) não deixa dúvidas quanto à dependência temporal. De fato, se olharmos simultaneamente para os dois gráficos veremos que a possibilidade de termos o par $(w, w') = (cte., 0) \forall z$ é excluída. Ou seja, apesar de em $z = 1.4$ haver uma remota possibilidade de $w = -1$, não há a possibilidade de $w' = 0$ em 2σ .

de SNe Ia disponível atualmente. Como vimos no Capítulo anterior, os dados do U2 fornecem um espaço paramétrico bem mais restrito do que os dados do SDSS. Visto que os resultados obtidos com os dados do SDSS calibrados com o método SALT2 fornecem resultados similares aos alcançados com o U2, exceto pela precisão, e que esses mesmos dados calibrados com o método

MLCS2K2 conduzem a um w que evolui com o tempo, nos parece que é suficiente reconstruir w e w' com o U2.

Se a dependência temporal ficar confirmada, uma análise com os dados do SDSS calibrados com o método MLCS2K2 devem conduzir a uma equação de estado ainda mais distante de um w constante, ao passo que as 288 SNe Ia do SDSS calibradas com a técnica SALT2 devem seguir aproximadamente os pontos obtidos com o U2 no melhor ajuste, aumentando apenas as barras de erro⁷.

A Figura 7.6 mostra o resultado obtido da combinação U2+BAO. Os pontos em vermelho são extrapolações do intervalo de *redshifts* coberto pelos dados e correspondem à expansões em torno de $z = -0.4$ e $z = -0.2$. Nós utilizamos um passo de $\Delta z_* = 0.2$ de forma a cobrir todo intervalo de redshifts $0 < z \leq 1.4$. Novamente, observamos que uma equação de estado constante é excluída em 2σ ($w' \neq 0$). Campos fantasmas estão no limite do erro estatístico ($z = 1.2$ e $z = 1.4$) e, para sermos honestos, não podemos descartá-los. Campos escalares são razoavelmente prováveis, mas a situação mais favorecida parece ser de uma energia escura que combina os comportamentos de campos escalares canônicos e campos fantasmas. Note que os erros são menores que os da Figura 7.4, como esperaríamos que fosse, visto que o U2 contém 290 SNs a mais que o U1.

Comentários Finais

Neste Capítulo, nós desenvolvemos uma técnica independente de modelo para reconstruir w e w' diretamente dos dados. Este método é importante pois pode revelar uma possível evolução temporal da energia escura sem os vícios decorrentes da utilização de um determinado modelo para equação de estado ou para o potencial escalar. Apesar de nós termos encontrado, à luz dos dados atuais, fortes evidências para uma equação de estado dinâmica, nós devemos ressaltar que este não é nosso resultado mais importante uma vez que novos conjuntos de dados mais precisos e mais numerosos podem mudar significativamente nossas conclusões. O ponto principal é a metodologia que empregamos para abordar o problema. Nós acreditamos que próxima geração de experimentos dedicados a medir as propriedades da energia escura (e.g., SNe Ia a altos redshifts e oscilações acústicas da matéria bariônica – veja Refs. [93, 127]) fornecerão a precisão suficiente para determinar se (ou não) w evolui

⁷É obvio que este alargamento das barras de erros deve acabar conduzindo a um resultado compatível com Λ CDM, assim como acontece quando utilizamos os dados CS. Contudo, a quantidade menor de dados conduz a uma estatística mais pobre, exceto se estes dados forem medidos com uma precisão muito maior que os dados da amostra com um maior número de medidas, o que precisamente não é o caso.

com o tempo. Neste sentido, nós esperamos que a técnica que desenvolvemos seja de grande utilidade e se torne uma das principais ferramentas para se estudar a evolução temporal de w e, conseqüentemente, a natureza da energia escura.

Capítulo 8

Conclusões

Durante a última década, uma série de observações de alta qualidade transformaram radicalmente a área da cosmologia. Medidas de distâncias de Supernovas do Tipo Ia combinadas com observações da radiação cósmica de fundo e com os dados de estrutura em larga escala indicam que o Universo passa atualmente por uma fase de aceleração. No contexto da teoria da relatividade geral, estas observações são usualmente explicadas pela introdução de uma componente de energia hipotética, de natureza ainda desconhecida, denominada *energia escura*. Esta nova componente do fluido cósmico usualmente é caracterizada pelo parâmetro de sua equação de estado $w = p_{ee}/\rho_{ee}$, o qual deve ser negativo o suficiente para que a quantidade $\rho + 3p$ seja negativa.

Determinar a natureza da energia escura ou, equivalentemente, descobrir o mecanismo por trás da presente fase de aceleração cósmica constitui um dos maiores desafios da física teórica atualmente, o que torna w uma das quantidades mais procuradas pelos cosmólogos nos dias de hoje. O valor de w é decisivo para dois dos principais candidatos à energia escura: a densidade de energia do vácuo ($w = -1$) e um campo escalar dinâmico ($w = w(z)$). Na prática, há pelo menos três formas de atacarmos o problema. A primeira e mais direta é resolver a equação de Klein-Gordon para um potencial específico, o que intrinsecamente supõe que a energia escura tem sua origem num campo escalar dinâmico (assim como a escolha de $w = -1$ automaticamente impõe que o vácuo quântico é o responsável pela aceleração cósmica) e, portanto, não nos fornece uma interpretação independente de modelo. Uma segunda abordagem é construir uma forma funcional para w em termos dos valores atuais de w e w' , i.e., w_0 e w'_0 . A função $w(z)$ geralmente é construída de forma que tenha quinta-essência, campos fantasmas e a constante cosmológica como casos particulares. Tal procedimento também não pode nos dar um resultado independente de modelo visto que a forma do espaço

paramétrico $w_0 - w'_0$ depende essencialmente da forma escolhida para $w(z)$. A terceira abordagem consiste em tentar reconstruir a equação de estado da energia escura diretamente dos dados. Esta última abordagem é a mais promissora e menos dependente de modelo. Contudo, obter $w(z)$ diretamente dos dados é uma tarefa muito longe de ser simples.

Nesta Tese, fizemos uso tanto da segunda abordagem quanto da terceira. Dentro da segunda abordagem, foram propostas duas novas parametrizações para a equação de estado da energia escura. A primeira delas é caracterizada por um parâmetro β , a qual recupera três das parametrizações mais comumente investigadas na literatura nos limites em que $\beta \rightarrow (-1, 0, 1)$, enquanto que para outros valores de β esta nova parametrização admite um novo e maior intervalo de soluções cosmológicas. Tal flexibilidade é particularmente importante na procura por $w(z)$ não apenas por aumentar o número de possibilidades a serem testadas, mas principalmente por ajudar a reduzir resultados enganosos que parametrizações inadequadas de w podem produzir. A viabilidade observacional deste modelo foi verificada utilizando os dados de SNs Ia, RCF, BAO e medidas de $H(z)$. Embora esta nova parametrização seja completamente compatível com tais observações, não é possível extrair uma estimativa razoavelmente precisa para β , visto que o espaço paramétrico é completamente degenerado (veja a Figura 5.3).

A segunda parametrização proposta nesta Tese era direcionada a estender o regime de aplicabilidade da equação de estado da energia escura a toda a história do universo: $z \in [-1, \infty[$ (um defeito de muitas parametrizações, inclusive da parametrização generalizada proposta por nós, é que elas divergem quando aplicadas a todo o intervalo de *redshifts* permitido). Para este fim, foi proposta uma função $w(z)$ bem comportada durante toda história do Universo. O fato de w ser uma função limitada de z nos permitiu então dividir o espaço paramétrico $w_0 - w'_0$ em regiões bem definidas, associadas a diferentes classes de energia escura, possibilitando classificar diferentes classes de modelos de acordo com a região do plano (w_0, w'_0) em que se encontrem. Este modelo paramétrico foi testado observacionalmente com três amostras de SNe Ia diferentes, combinadas como os dados de RCF, BAO e $H(z)$. Foi mostrado que os vínculos observacionais obtidos sobre os parâmetros w_0 e w'_0 dependem muito da amostra de SNe Ia considerada. Por exemplo, para SNe Ia calibradas com o método SALT2 (SNLS, U2 e SDSS-SALT2) foi mostrado que nenhum modelo de energia escura pode ser excluído (Figuras 6.2, 6.3 e 6.4), havendo espaço tanto para quinta-essência quanto para campos fantasmas (e modelos que mesclam os dois tipos de comportamento), assim como para modelos com $w = cte.$. Esta conclusão muda radicalmente quando as SNe Ia calibradas com o método SALT são substituídas por supernovas calibradas como o método MLCS. Para SNe Ia calibradas com o

método MLCS2K2, nós obtivemos que tanto a constante cosmológica quanto campos fantasmas são excluídos e que campos escalares canônicos são os mais favorecidos (embora ainda haja um espaço considerável para modelos de energia escura que combinam um comportamento do tipo quinta-essência com um comportamento do tipo fantasma). Este segundo resultado evidencia a utilidade da nossa parametrização para detectar possíveis desvios de um valor $w = cte.$ e revelar a classe de modelos que devemos estudar para entender as origens da aceleração cósmica e a natureza da energia escura.

O resultado mais importante desta Tese foi obtido seguindo a terceira abordagem para o problema da natureza da energia escura. Para reconstruir a equação de estado da energia escura, nós adotamos um procedimento extremamente simples: expandimos a densidade de energia escura em torno de um *redshift* z_* e utilizamos a equação de continuidade como fórmula de recorrência para obter as derivadas de ρ_{ee} em termos de w e suas derivadas. A vantagem de reescrever os coeficientes da expansão de ρ_{ee} em termos de w e suas derivadas é que estes parâmetros fornecem uma estimativa mais direta da evolução temporal da energia escura que as derivadas de ρ_{ee} . Por exemplo, um valor de $\rho_{ee}^{(v)} \neq 0$ irá certamente excluir a constante cosmológica como alternativa viável à energia escura, mas não é suficiente para excluir uma energia escura com $w = cte.$. Por sua vez, é suficiente que um valor de w' diferente de zero seja obtido para excluir qualquer possibilidade de w ser constante, indicando que a energia escura pode ter sua origem num campo escalar dinâmico. O procedimento que foi empregado para estudar a dependência temporal de w foi o seguinte:

- truncamos a série no terceiro termo;
- fixamos z_* e realizamos a análise observacional obtendo os valores de $w(z_*)$ e $w'(z_*)$ que melhor ajustam as observações e seus respectivos erros estatísticos;
- repetimos o procedimento para $z_* + \Delta z_*$ até que todo intervalo de redshifts sob consideração seja coberto.

Assim, fomos capazes de obter w e w' para vários valores de z . A dependência temporal de w fica estabelecida se para pelo menos um z_* no intervalo considerado, $w'(z_*) \neq 0$. Foram empregados vários conjuntos de SNe Ia combinados com RCF, BAO e $H(z)$ e obtivemos que w difere de uma constante em 2σ . Campos fantasmas também são excluídos com 95.4% de confiança. Apesar deste resultado bastante interessante, devemos ressaltar que mais importante que o resultado em si é o método que foi utilizado, que nos permite uma sondagem mais direta da função $w(z)$. Nós devemos ressaltar que este

método pode ser útil na análise dos dados futuros e deve ser utilizado como uma das principais formas de investigarmos a dependência temporal de w e, conseqüentemente, a natureza da energia escura, visto que ele não supõe um modelo específico para w .

Referências Bibliográficas

- [1] E. A. Milne, *Q. J. Math* **5**, 64 (1934).
- [2] E. A. Milne e W. H. McCrea, *Q. J. Math* **5**, 73 (1934).
- [3] A. Einstein, *Ann. Physik* **17**, 891 (1905).
- [4] A. Einstein, *Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber* 844 (1915).
- [5] A. Einstein, *Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Sitzber* 142 (1917).
- [6] W. de Sitter, *Proc. Akad. Weteusch. Amasterdam* **19**, 1217 (1917).
- [7] A. Friedmann, *Z. Phys.* **10**, 377 (1922); **21**, 326 (1924).
- [8] E. Hubble, *Proc. Nat. Acad. Sci. (U.S.A.)* **15**, 168 (1929).
- [9] G. Gamow, *Phys. Rev.* **70**, 572 (1946).
- [10] R. A. Alpher, H. A. Bethe e G. Gamow, *Phys. Rev.* **73**, 80 (1948).
- [11] R. A. Alpher e R. C. Hermann, *Nature* **162**, 774 (1948).
- [12] A. A. Penzias e R. W. Wilson, *Ap. J.* **142**, 419 (1965).
- [13] S. W. Hawking e G. R. F. Ellis, *The Large Structure of Space-Time* (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
- [14] A. G. Riess *et al.*, *Astron. J.* **116**, 1009 (1998).
- [15] S. Perlmutter *et al.*, *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
- [16] Copeland, E. J., Sami, M. e Tsujikawa, S., hep-th/0603057.
- [17] Peebles, P. J. E. e Ratra, B., *Rev. Mod. Phys.* **75**, 559 (2003).
- [18] M. Trodden e S. M. Carroll, em *Particle Physics e Model(s): TASI 2002*, editado por H. E. Haber e A. E. Nelson (World Scientific, Singapura, 2002).

- [19] V. Sahni e Y. Shtanov, IJMP **D11**, 1515 (2002); JCAP **0311**, 014 (2003).
- [20] C. Deffayet, G. Dvali e G. Gabadadze, Phys. Rev. **D65**, 044023 (2002).
- [21] J. S. Alcaniz, Phys. Rev. D **65**, 123514 (2002).
- [22] D. Jain, A. Dev e J. S. Alcaniz, Phys. Rev. D **66**, 083511 (2002).
- [23] M. D. Maia *et al.*, Class. Quant. Grav. **22**, 1623 (2005).
- [24] S. Nojiri e S.D. Odintsov, Phys. Rev. D **68**, (2003) 123512; Phys. Lett. B **576**, (2003) 5; Phys. Rev. D **74**, (2006) 086005; Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4**, (2007) 115.
- [25] S.M. Carroll *et al.*, Phys. Rev. D **70**, (2004) 043528
- [26] S. Capozziello, V.F. Cardone e A. Troisi, Phys. Rev. D **71**, (2005) 043503
- [27] L. Amendola, D. Polarski e S. Tsujikawa, Phys. Rev. Lett. **98**, (2007) 131302
- [28] J. Santos *et al.*, Phys. Rev. D **76**, 083513, (2007).
- [29] S. Fay, S. Nesseris e L. Perivolaropoulos, Phys. Rev. **D76**, 063504 (2007)
- [30] F. C. Carvalho *et al.*, arXiv:0804.2878 [astro-ph].
- [31] C. W. Misner, K. S. Thorne e J. A. Wheeler, *Gravitation*, (W. H. Freeman, San Francisco, 1973).
- [32] M. Hicken *et al.*, Astrophys. J. **700**, 1097 (2009).
- [33] T. Padmanabhan, Phys. Rept. **380**, 235 (2003).
- [34] R. Bousso, Gen. Rel. Grav., **40** 607 (2008).
- [35] Weinberg, S., Rev. Mod. Phys. **61** 1 (1989).
- [36] V. Sahni e A. A. Starobinsky, Int. J. Mod. Phys. D9, 373 (2000).
- [37] R. R. Caldwell, Phys. Lett. **B545**, 23 (2002).
- [38] R. R. Caldwell, M. Kamionkowski e N. N. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **91**, 071301 (2003).
- [39] S. M. Carroll, M. Hoffman e M. Trodden, Phys. Rev. **D68**, 023509 (2003).

- [40] P. F. Gonzalez-Diaz, Phys. Rev. **D68**, 021303 (2003).
- [41] J. A. S. e J. S. Alcaniz, Phys.Lett. B **600**, 191 (2004).
- [42] E. M. Barboza Jr. e N. A. Lemos, Gen. Rel. Grav. **38** 1609 (2006).
- [43] E. Elizalde *et al*, Phys. Rev. **D77**, 106005 (2008).
- [44] H. H. Calderon, Phys. Rev. **D78**, 044041 (2008).
- [45] S. H. Pereira e J. A. S. Lima, Phys. Lett. B **669**, 266 (2008).
- [46] C. Wetterich, Nucl. Phys. B **302**, 668 (1988).
- [47] P. J. E. Peebles e B. Ratra, Astrophys. J. **325**, L17 (1988).
- [48] B. Ratra e P. J. E. Peebles, Phys. Rev. D **37**, 3406 (1988).
- [49] R. R. Caldwell, R. Dave e P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **80**, 1582 (1998).
- [50] R. R. Caldwell, Braz. J. Phys. **30**, 215 (2000).
- [51] A. Albrecht e C. Skordis, Phys. Rev. Lett. **84**, 2076 (2000).
- [52] T. Padmanabhan, Phys. Rev. D **66**, 021301 (2002).
- [53] J. Friemann *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 2077 (1995).
- [54] P. Braxx e J. Martin, Phys. Lett. B **468**, 40 (1995).
- [55] I. Zlatev, L. Wang, e P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **82**, 896 (1999).
- [56] V. Sahni e A. A. Starobinsky, Int. J. Mod. Phys. **9**, 373 (2000).
- [57] A. Albrecht e C. Skordis, Phys. Rev. Lett. **84**, 2076 (2000).
- [58] S. Dodelson , M. Kaplinghat e E. Stewart, Phys. Rev. Lett. **85**, 5276 (2000).
- [59] Jian-Gang Hao e Xin-Zhou Li, Phys.Rev. D **67**, 107303 (2003).
- [60] P. Singh, M.Sami e N. Dadhich, Phys.Rev. **68**, 023522 (2003).
- [61] D. N. Spergel *et al.*, Astrop. J. Suppl. **148**, 175 (2003); D. N. Spergel *et al.*, Astrop. J. Suppl. **170**, 377 (2007).
- [62] M. Tegmark *et al.*, Phys. Rev. D **69**, 103501 (2004).

- [63] Eisenstein, D. J. *et al.* *Astrophys. J.* **633**, 560 (2005).
- [64] R. Lazkoz, *Geometrical constraints on dark energy models*, *AIPConf.Proc.* **960**, 3 (2007) [arXiv:0710.2872].
- [65] R. Amanullah *et al.* (The Supernova Cosmology Project), *Astrophys. J.* **716**, 712 (2010).
- [66] D. Larson *et al.* [arXiv:1001.4635].
- [67] J. R. Bond , G. Efstathiou e M. Tegmark 1997, *MNRAS* **291**, L33
- [68] W. Hu *et al.*, *Astrophys. J.* **549**, 669 (2001)
- [69] E. Komatsu *et al.* [arXiv:1001.4538]
- [70] D. J. Eisenstein, H.-J. Seo e M. White *Astrophys. J.* **664**, 660 (2007).
- [71] L. Verde, *Statistical methods in cosmology*, *Lect. Notes Phys.* **800**, 147 (2010) [arXiv:0911.3105].
- [72] A. R. Cooray e D. Huterer, *Astrophys. J.* **513**, L95 (1999); D. Huterer e M. S. Turner, *Phys. Rev* **D64**, 123527 (2001).
- [73] J. Weller e A. Albrecht, *Phys. Rev* **D65**, 103512 (2002).
- [74] M. Chavallier e D. Polarski, *Int. J. Mod. Phys. D* **10**, 213 (2001).
- [75] E. V. Linder, *Phys. Rev Lett.* **90**, 091301 (2003).
- [76] G. Efstathiou, *MNRAS* **342**, 801 (2000).
- [77] Y. Gong e Y. Zhang, *Phys. Rev* **D72**, 043518 (2005).
- [78] H.K. Jassal, J.S. Bagla e T. Padmanabhan, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **356**, L11 (2005)
- [79] C. Wetterich, *Phys. Lett. B* **594**, 17 (2004); M. Doran, K. Karwan e C. Wetterich, *JCAP* 0511, 007 (2005).
- [80] E. V. Linder e D. Huterer, *Phys. Rev. D* **72**, 043509 (2005).
- [81] S. Hannestad e E. Mörtsell, *JCAP* 0409, 001 (2004).
- [82] S. Lee, *Phys. Rev* **D71**, 123528 (2005).
- [83] E. M. Barboza Jr. *et al.*, *Phys. Rev* **D80**, 043521 (2009).

- [84] A. Linde em “Three Hundred Years of Gravitation”, Eds. S. Hawking e W. Israel (Cambridge: Cambridge Univ. Press.), 604 (1987).
- [85] S. Weinberg, *Cosmology* (Oxford: Oxford Univ. Press.), 2008.
- [86] E. V. Linder, “The Mirage of $w=-1$,” arXiv:0708.0024 [astro-ph].
- [87] J. A. Frieman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2077 (1995).
- [88] D. Rubin *et al.*, *Astrophys. J.* **695**, 391 (2009).
- [89] F. C. Carvalho *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 081301 (2006).
- [90] J. V. Cunha, *Phys. Rev. D* **79**, 047301 (2009).
- [91] J. Simon, L. Verde e R. Jimenez, *Phys. Rev. D* **71**, 123001 (2005).
- [92] R. Jimenez e A. Loeb, *Astrophys. J.* **573**, 37 (2002).
- [93] A. Crofts *et al.*, “Joint efficient dark-energy investigation (JEDI): A candidate implementation of the NASA-DOE Joint Dark Energy Mission (JDEM),” astro-ph/0507043; veja também <http://jedi.nhn.ou.edu/>.
- [94] F. E. M. Costa, E. M. Barboza Jr e J. S. Alcaniz, *Phys. Rev. D* **79**, 127302 (2009).
- [95] A. Kamenshchik, U. Moschella e V. Pasquier, *Phys. Lett. B* **511**, 265 (2001)
- [96] M. C. Bento, O. Bertolami e A. A. Sen, *Phys. Rev. D* **66**, 043507 (2002)
- [97] N. Bilic, G. B. Tupper e R. D. Viollier, *Phys. Lett. B* **535**, 17 (2002)
- [98] J. S. Alcaniz, Deepak Jain e Abha Dev, *Phys. Rev. D* **67**, 043514 (2003).
- [99] R. Colistete Jr *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. D* **13** 669 (2004).
- [100] Jiambo Lu *et al.*, *Phys. Lett. B* **662**, 87 (2008)
- [101] Jiambo Lu *et al.*, astro-ph/08122074
- [102] M. Jamil e M. A. Rashid, *Eur. Phys. J. C* **58**, 111 (2008)
- [103] M. Bouhmadi-Lopez, P. F. Gonzalez-Diaz e P. Martin-Moruno, *Int. J. Mod. Phys. D* **17**, 2269 (2008).
- [104] H. B. Sandvik *et al.* *Phys. Rev. D* **69**, 123524 (2004).

- [105] M. C. Bento, O. Bertolami e A. A. Sen, Phys. Rev. D **70**, 083519 (2004).
- [106] R. Reis, M. Makler e I. Waga, Class. Quant. Grav. **22**, 353 (2005).
- [107] W. J. Percival *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **327**, 1297 (2001).
- [108] J. C. Fabris, S. V. B. Goncalves e P. E. de Souza, Gen. Rel. Grav. **34**, 53 (2002).
- [109] J. C. Fabris *et al.*, Phys. Rev. D **78**, 103523 (2008).
- [110] J. C. Fabris, H.E.S. Velten e W. Zimdahl, Phys. Rev. D **81**, 087303 (2010).
- [111] E. M. Barboza Jr. e J. S. Alcaniz, Phys. Lett. B **666**, 415 (2008)
- [112] P. Astier *et al.* [The SNLS Collaboration], Astron. Astrophys. **447**, 31 (2006).
- [113] E. M. Barboza Jr., J. S. Alcaniz e B. Santos, Submetido à Phys. Lett. B (2010).
- [114] Kessler *et al.*, Astrophys. J. **573**, 37 (2009).
- [115] S. Jha, A. G. Riess e R. P. Kirshner Astrophys. J. **659**, 122 (2009).
- [116] J. Guy *et al.*, Astron. & Astrophys., **466** 11 (2007).
- [117] Zong-Kuan Guo, N. Ohta e Yuan-Zhong Zhang, Phys. Rev. D **72**, 023504 (2005).
- [118] J. Kratochvil *et al.*, JCAP **0407**, 001 (2004).
- [119] E. M. Barboza Jr. e J. S. Alcaniz, Submetido à Phys. Lett. B (2010).
- [120] E. M. Barboza Jr. e J. S. Alcaniz, em preparação (2010).
- [121] I. Maor, R. Brustein e P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **86**, 6 (2001). [Erratum-ibid. **87**, 049901 (2001)].
- [122] M. Kowalski *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], Astrophys. J. **686**, 749 (2008).
- [123] W. M. Wood-Vasey *et al.* [ESSENCE Collaboration], Astrophys. J. **666**, 694 (2007).

- [124] D. Stern, R. Jimenez, L. Verde, M. Kamionkowski e S. A. Stanford, JCAP **1002**, 008 (2010).
- [125] L. M. Krauss, K. Jones-Smith e D. Huterer, New J. Phys. **9**, 141 (2007); D. Huterer e H. V. Peiris, Phys. Rev. D **75**, 083503 (2007).
- [126] C. Zunckel e R. Trotta, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **380**, 865 (2007).
- [127] N. Benitez *et al.*, “Measuring Baryon Acoustic Oscillations along the line of sight with photometric redshifts: the PAU survey,” arXiv:0807.0535 [astro-ph].